Conselleria d'Educació
i Universitats
Direcció General de Formació Professional
i Ordenació Educativa

**Prova lliure per a l'obtenció del títol de batxillerat per a majors de vint anys**

**Convocatòria 2026**

**MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS**

**INSTRUCCIONS:**

Has de **triar** respondre només:

- **1 problema d'entre els dos del BLOC 1.**
- **1 problema d'entre els dos del BLOC 2**.

**També has de resoldre els dos problemes del BLOC 3**.

**En total, hauràs de resoldre 4 problemes**.

Procura ser ordenat/da i clar/a en les respostes.

**BLOC 1:** SELECCIONA UNA ACTIVITAT DE LES DUES.

**1. Sabent que el gràfic de la funció $f(x) = ax^2 + bx + c$ , si $0 \leq x \leq 60$ passa pel punt (0,20) i que arriba a un màxim de 36 en el punt d'abscissa x=40, es demana:**

**a.** Troba a, b i c, tot justificant la resposta. (1,5 punts)

**b.** En el cas a=-1/5, b=10 i c=15 , calcula l'àrea de la regió del pla delimitada per la gràfica de la funció f(x), l'eix de les abscisses i les rectes x=0 i x=50. (1,5 punts)

**2. Es considera la funció**

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2t & si\ x < -1 \\ t + 1 & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ -x^3 + 4x^2 + 3x - 1 & si\ x > 1 \end{cases}$$

**a.** Per a quin valor de t la funció f(x) és contínua en x=-1? (0,5 punts)

**b.** Calcula els extrems relatius de la funció f(x) en l'interval (1,∞). (1 punt)

**c.** Calcula els intervals de creixement i decreixement de la funció f(x) en (1,∞). (0,5 punts)

**d.** Calcula l'àrea de la regió del pla delimitada per la gràfica de la funció f(x), l'eix de les abscisses i les rectes x=1 i x=3. (1 punt)

**BLOC 2:** SELECCIONA UNA ACTIVITAT DE LES DUES.

**3. Un client ens demana ajuda per invertir un màxim de 10.000 euros en dos productes d'inversió diferents: accions i bons. El client vol invertir almenys la mateixa quantitat en accions que en bons. A més, vol invertir entre 2.000 euros i 8.000 euros en bons; i entre 4 000 euros i 6.000 euros en accions. L'interès previst per a les accions és d'un 6% anual, mentre que per als bons és d'un 2% anual.**

**a.** Planteja la maximització de l'interès previst per a les inversions com un problema de programació lineal. (0,5 punts)

**b.** Dibuixa la regió factible i indica les rectes i vèrtexs que la delimiten. (1,75 punts)

**c.** Quina hauria de ser la inversió en cada tipus de producte per maximitzar l'interès anual previst? Quants de doblers es generarien amb aquesta inversió? (0,75 punts)

**4. Es consideren les matrius següents:**

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & a\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -2 & 3 & 1\end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 0 & -1\\ 5 & 2\end{pmatrix}$$

**a.** Quin és l'ordre de la matriu C? (0,25 punts)

**b.** Per a quin valor de "a" la matriu A és invertible? (1 punt)

**c.** Quin ordre hauria de tenir la matriu M perquè aquesta operació fos possible? $(A \cdot M)^t - C$. (0,75 punts)

**d.** Considerant a=0 i la matriu I2, calcula, si és possible, la matriu resultant de fer aquestes operacions de matrius: $AX + X = B - C^t$. (1 punt)

**BLOC 3:** HAS DE FER LES DUES ACTIVITATS.

**5. Es vol provar l'eficàcia de dos tipus de vacunes, A i B, contra un virus determinat. Per això se seleccionen 5.000 voluntaris sense anticossos per a aquest virus, als quals s'administra una de les vacunes o un placebo, de tal manera que 3.000 reben la vacuna A, 1500 la B i la resta el placebo. Es comprova que el 90% dels vacunats amb la A i el 95% dels vacunats amb la B generen anticossos. A més, els que han rebut el placebo no generen anticossos. Se selecciona un dels voluntaris a l'atzar.**

**a.** Quina és la probabilitat que hagi generat anticossos? (1 punt)

**b.** Si aquest voluntari no ha generat anticossos, quina probabilitat hi ha que se li hagi administrat placebo? (1 punt)

**6. El nombre de dies que els titulats en un determinat màster tarden en trobar la seva primera feina segueix una distribució Normal de mitjana μ desconeguda i desviació típica de 3 dies.**

**a.** Es tria una mostra aleatòria de 100 titulats i s'obté una mitjana mostral de 8,1 dies. Calcula l'interval de confiança al 97% per estimar la mitjana poblacional. (1 punt)

**b.** Amb un nivell de confiança del 92%, calcula la mida mínima necessària per tal que l'error comès, en estimar el nombre mitjà de dies que aquests titulars tarden a trobar una feina, sigui inferior a un dia. (1 punt)