Conselleria d'Educació
i Universitats
Direcció General de Formació Professional
i Ordenació Educativa

Prova lliure per a l'obtenció del títol de batxiller per a majors de vint anys.

Convocatòria 2025

MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS

La prova consta de 6 problemes. L'estudiant n'ha de triar i n'ha de desenvolupar quatre. La resposta ha de ser clara i raonada.

1. a) Discutiu per a quins valors de m el sistema següent té solució: (1,25 punts)

$$\left.\begin{aligned} x + my + z &= 1 \\ 3x + 2y + z &= -1 \\ mx + y - z &= -1 \end{aligned}\right\}$$

   b) Resoleu-lo, si és possible, quan m=1. (1,25 punts)

2. Una empresa especialitzada en la fabricació del mobiliari per a caravanes produeix taules i cadires que ven a 20 € i 30 €, respectivament. L'empresa vol saber quantes unitats de cada article ha de fabricar diàriament per a maximitzar els ingressos, tenint en compte les directrius següents:
   - El nombre total d'unitats produïdes d'ambdós articles no pot excedir a 4 per dia.
   - Cada taula requereix 2 hores per a la seva fabricació i cada cadira 3 hores. La jornada laboral màxima és de 10 hores.
   - El material utilitzat en cada taula costa 4 € i l'utilitzat en cada cadira, 2 €. El pressupost per al material és de 12 € diaris.

     a) Planteja la maximització dels ingressos com un problema de programació lineal. (0,5 punts)

     b) Dibuixa la regió factible indicant les rectes i vèrtexs que la delimiten. (1,5 punts)

     c) Troba el nombre de taules i cadires que s'han de fabricar diàriament per tal de maximitzar el benefici. Quin serà el benefici màxim? (0,5 punts)

3. Després de t hores de funcionament el rendiment d'una màquina (en una escala de 0 a 100) és expressat per la funció $r(t) = \dfrac{kt}{t^2 + 4}$ amb t > 0.

     a) Calcula k sabent que el rendiment a les 4 hores és de 76. (0,5 punts)

b) Calcula els intervals de creixement i decreixement del rendiment durant les 7 primeres hores de funcionament utilitzant la k que has calculat a l'apartat a. (1 punt)

c) En quin moment s'aconsegueix el rendiment màxim? Quin és el seu valor? (0,5 punts)

d) A quant tendeix el rendiment de la màquina si fes moltes hores? (0,5 punts)

4. La funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ té un punt d'inflexió en (2,-5) i el pendent de la recta tangent en aquest punt és -12. Calcula raonadament els valors dels paràmetres a, b i c. (2,5 punts)

5. L'1% de la població de les Illes Balears estan infectades per la COVID-19. Per a detectar si una persona està infectada o no es realitza una prova PCR. Aquesta prova dona positiva en el 97% dels pacients que estan infectats, i dona negativa en un 94,05% dels pacients que no estan infectats. Construeix un arbre de probabilitats que descrigui la situació plantejada i contesta:

    a) Si elegim a l'atzar un individu d'aquesta població, quina és la probabilitat de que doni positiu i no estigui infectat per la COVID-19? (0,75 punts)

    b) Si elegim a l'atzar un individu d'aquesta població, quina és la probabilitat de que doni positiu? (0,75 punts)

    c) Si sabem que el resultat de la PCR ha estat negatiu, quina és la probabilitat de que estigui infectat per la COVID-19? (1 punt)

6. A una cadena de muntatge, el temps emprat per realitzar una determinada tasca amb una màquina segueix una distribució normal de mitjana 20 minuts i desviació típica 4 minuts.

    a) Calcula la probabilitat de què es faci aquesta tasca en més de 30 minuts. (0,5 punts)

    b) Calcula la probabilitat de què es faci aquesta tasca en menys d'un quart d'hora. (0,5 punts)

    c) Calcula la probabilitat de què es faci aquesta tasca en un temps comprès entre 16 i 26 minuts. (0,5 punts)

d) Amb una altra màquina, es sap que el temps per realitzar aquesta mateixa tasca segueix una distribució normal de 15 minuts de mitjana però de desviació típica desconeguda. S'ha fet una prova i s'ha pogut comprovar que la probabilitat que aquesta màquina realitzi aquesta tasca en més de 37 minuts és de 0,003. Calcula la desviació típica de la distribució que calcula el temps emprat per realitzar la tasca amb aquesta darrera màquina. (1 punt)

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7652
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8930
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9561	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9934	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9901	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999