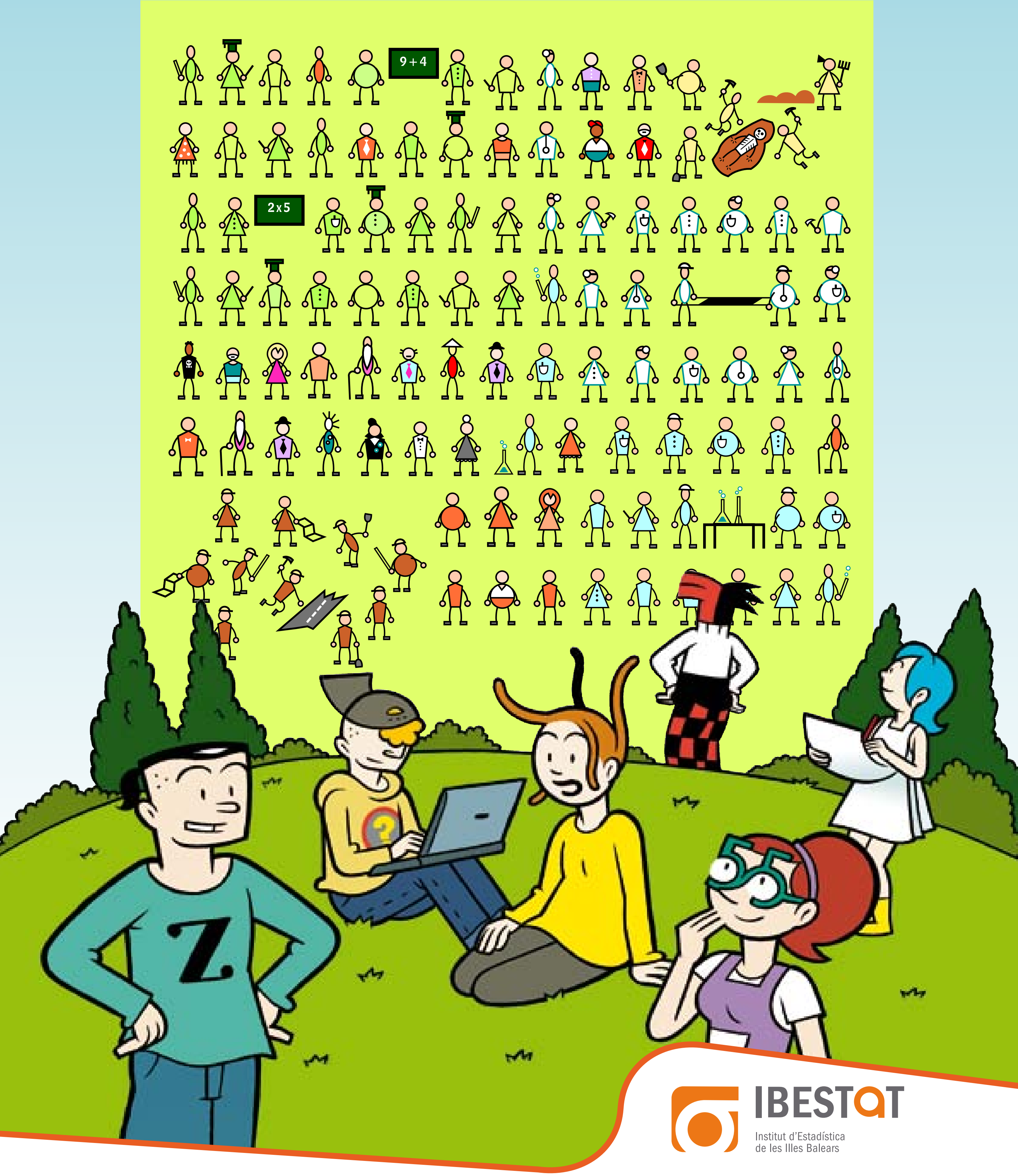
DAUS I DADES III

El pas de la incertesa al risc



IBESTAT
Institut d'Estadística
de les Illes Balears

DAUS I DADES III

El pas de la incertesa al risc

Govern de les Illes Balears

IBESTAT

Institut d'Estadística de les Illes Balears

© Edició: **Institut d'Estadística de les Illes Balears (IBESTAT)**
Direcció del projecte: **Andreu Sansó Rosselló**
Coordinació general: **Damià Perelló Femenia i Sara Fernández Vázquez**
C/ de Sant Sebastià, 1
07001 Palma (Mallorca)
Telèfon: 971 784 575
Fax: 971 784 579

Autor: **Javier Cubero**

Gestió i producció: **inrevés SL**
Il·lustracions i maquetació: **Alex Fito**
Coordinació i guió adaptat: **Pere Joan**

Col·lecció: **Estadística al carrer. Volum 3**
Títol: **Daus i dades III. El pas de la incertesa al risc**
Núm. **IBESTAT: 4/2008**
Dipòsit legal: PM 1.822-2009

Impressió: **Planobal**
Data d'edició: **2008**

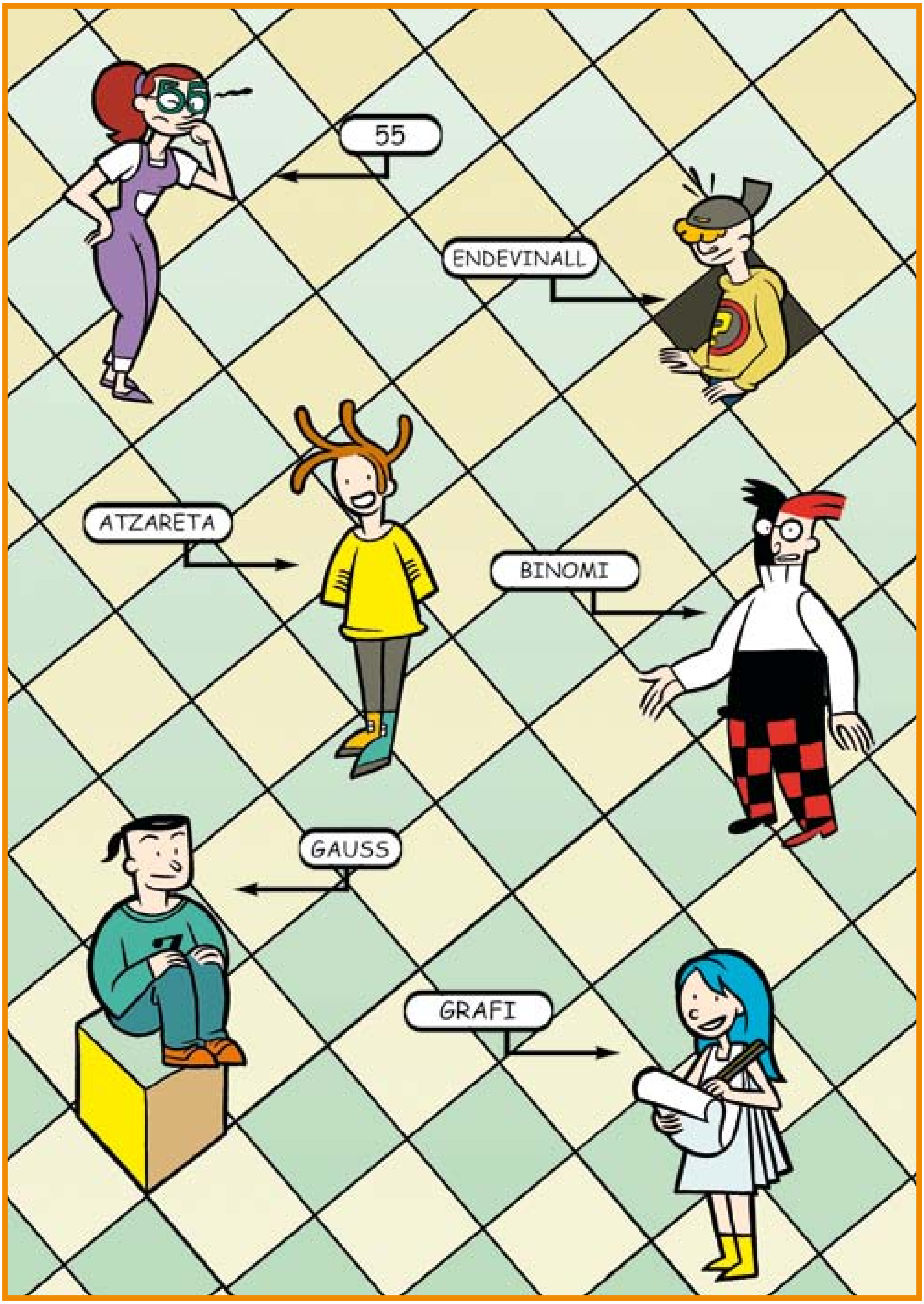
Amb la constitució de l'Institut d'Estadística de les Illes Balears (IBESTAT), aquest 2008, com a entitat autònoma, s'ha volgut fer una passa molt important en tot allò que ha de ser la vertebració d'un vertader sistema estadístic per a la nostra comunitat autònoma. També ha estat un moment d'anàlisi i de reflexió sobre la feina que ja s'havia dut a terme en etapes anteriors i que, per la seva qualitat i vàlua, calia recuperar i projectar cap al futur. Aquest ha estat el cas de la col·lecció *Daus i dades*, que amb Javier Cubero com a autor, ha estat capaç de trobar una formulació molt pedagògica per fer arribar els grans conceptes estadístics a amplis sectors de la població, entre els quals cal esmentar especialment els més joves.

El format amable i atractiu que comporta l'ús del còmic com a suport l'ha fet gairebé únic en la seva especialitat, però no per això mancat del rigor ni del nivell que requereix una publicació de caràcter científic com aquesta. Això ha comportat que les dues edicions anteriors, que es materialitzaren sota els auspicis dels directors generals d'Economia Antoni Monserrat (volum I) i Maria Marquès (volum II), tenguin la necessitat de ser reeditats i completats amb un tercer volum que tancarà una trilogia molt completa pel que fa al coneixement dels principis estadístics. Tot aquest procés s'emmarca en la voluntat de fomentar l'estadística com a disciplina útil per al coneixement de la realitat que ens envolta a partir d'elements que aparentment són senzills, però que tenen un gran abast formatiu.

Per acabar, voldria agrair la col·laboració de totes les persones que han participat en l'edició d'aquest material didàctic, tant pel que fa als creatius i dibuixants com als tècnics. Igualment, m'agradaria encoratjar totes les persones perquè s'acostin a aquestes publicacions a descobrir-hi tot un món ple de coneixements que sens dubte ens ajudaran a comprendre millor la nostra realitat d'una manera més apassionant i racional alhora.

Andreu Sansó Rosselló

Director de l'IBESTAT



55
ENDEVINALL
ATZARETA
BINOMI
GAUSS
GRAFI

Capítol 1

GEORGES LOUIS LECLERC

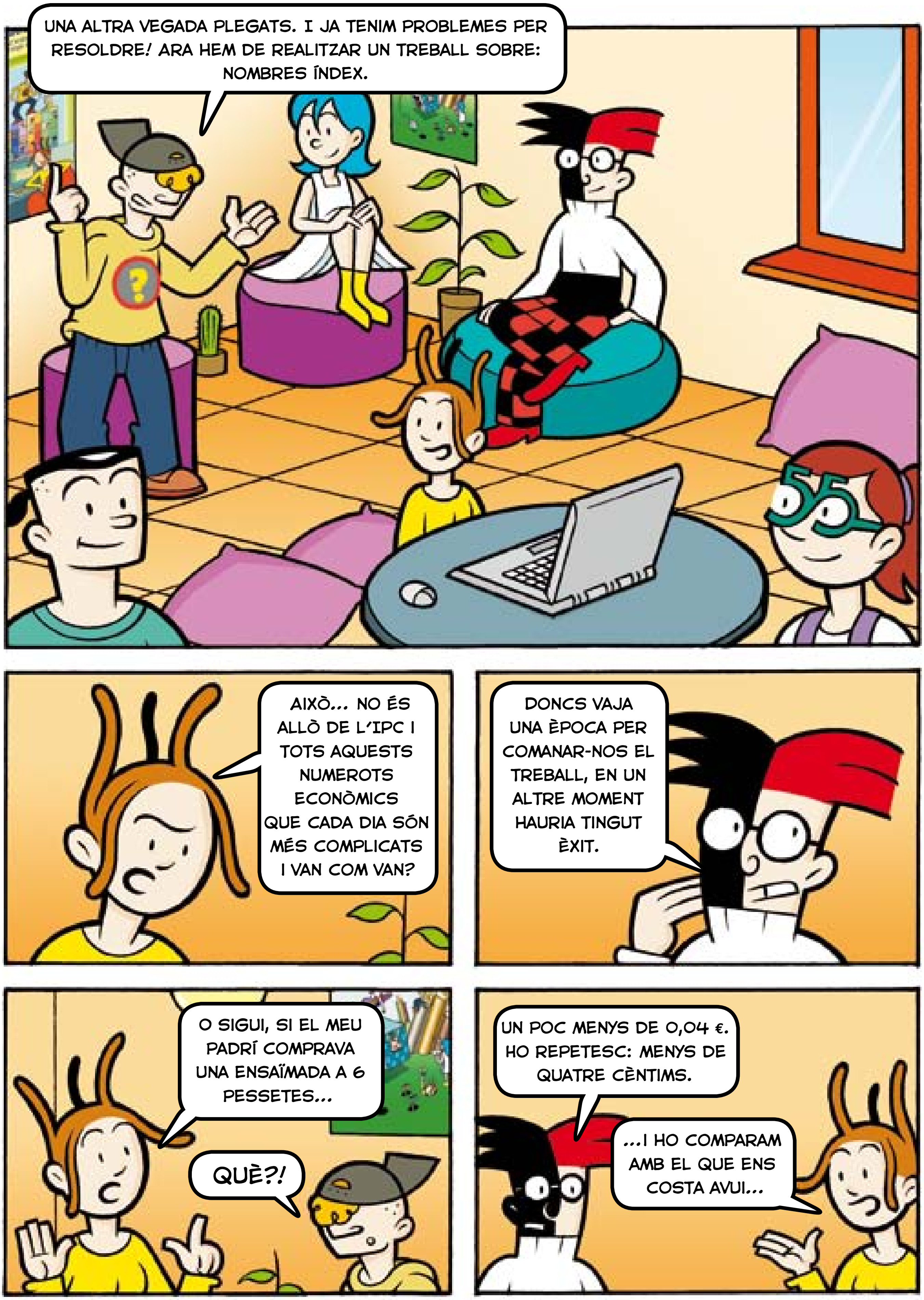
Comte de Buffon (1773)

Montbard, Borgonya, 1707 – París, 1788

Matemàtic i naturalista francès.

Estudis de la mecànica, l'astronomia, la medicina…, la teoria dels nombres, el càlcul, la geometria i **la probabilitat**.

És famós en aquesta darrera matèria pel seu curiós experiment de determinar moltes xifres decimals en el valor del nombre π tractant-ho com una experiència de **probabilitat geomètrica** coneguda com l'agulla de Buffon.

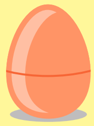

UNA ALTRA VEGADA PLEGATS. I JA TENIM PROBLEMES PER RESOLDRE! ARA HEM DE REALITZAR UN TREBALL SOBRE: NOMBRES ÍNDEX.
AIXÒ... NO ÉS ALLÒ DE L'IPC I TOTS AQUESTS NUMEROTS ECONÒMICS QUE CADA DIA SÓN MÉS COMPLICATS I VAN COM VAN?
DONCS VAJA UNA ÈPOCA PER COMANAR-NOS EL TREBALL, EN UN ALTRE MOMENT HAURIA TINGUT ÈXIT.
O SIGUI, SI EL MEU PADRÍ COMPRAVA UNA ENSAÏMADA A 6 PESSETES...
QUÈ?!
UN POC MENYS DE 0,04 €. HO REPETESC: MENYS DE QUATRE CÈNTIMS.
...I HO COMPARAM AMB EL QUE ENS COSTA AVUI...


BÉ, UNA MICA D'AIXÒ I DE MOLTES COSES MÉS QUE COMPARAM; DONCS FIXAU-VOS, PODRÍEM PENSAR EL SEGÜENT:
QUANTS DIES O HORES O MINUTS, HAVIA DE TREBALLAR EL MEU PADRÍ PER COMPRAR UNA ENSAÏMADA? ... I, QUANTS N'HAURIA DE TREBALLAR JO, AVUI DIA?, I, SERIA UNA ENSAÏMADA D'IGUALS CARACTERÍSTIQUES?
SENSE VOLER ENS HEM ACOSTAT ALS CONCEPTES DE DEFLACTACIÓ, PREU EN UNITATS CONSTANTS, ÍNDEX DE PREUS, I FINS I TOT, DE MOLT LLUNY, AL DE PREU HEDÒNIC.
HAS PASSAT UNA MALA NIT..., NO ÉS VER?
DONCS EL QUE SÍ QUE VEIG ÉS QUE HEM D'INVENTAR ALGUNA COSA GENERAL QUE DEFINEIXI AQUESTES COMPARANCES I D'ALTRES QUE POGUESSIN SORGIR.
I HAURIA DE TENIR TRACTAMENT MATEMÀTIC PERQUÈ ES POGUÉS APLICAR CORRECTAMENT.

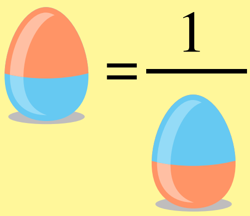

DONCS HO TENIM: SÓN... ELS NOMBRES ÍNDEX. MIRAU LA PANTALLA
nombres índex
Mesura estadística que compara dues situacions d'una mateixa variable, i permet estudiar-ne l'evolució.
I
Període corrent o actual
Període de referència o base
AQUESTA PANTALLA QUEDA MOLT BÉ I AMB UNS DIBUIXOS ANIMATS... MILLOR! PERÒ..., QUÈ VOL DIR?
DONCS QUE EL NOMBRE ÍNDEX ÉS EL QUOCIENT ENTRE DUES QUANTITATS.
VERBIGRÀCIA: L'ÍNDEX DE PREUS DEL MELICOTÓ PRENENT COM A BASE L'ANY 2000 I COM A ACTUAL, L'ACTUAL ANY 2008, SERIA...
DEIXAU-ME LA PISSARRA...
DEIXAU-LA SOLA!
$I^{2008}_{2000} = \frac{\text{PREU MELICOTÓ 2008}}{\text{PREU MELICOTÓ 2000}}$
$I^{t}_{0} = \frac{X_t}{X_0}$


US ACLARESC QUE ENCARA QUE PER OPERAR HO FAREM COM INDICA LA PISSARRA, GENERALMENT PER EXPOSAR-HO ES MULTIPLICA EL RESULTAT PER CENT.
LLAVORS HO DÓNES EN TANTS PER CENT.
BONA! EUREKA!
"UN"!
NA GRAFI I JO VÀREM ANAR A LA BIBLIOTECA I HEM OBSERVAT ALGUNES PROPIETATS DELS NOMBRES ÍNDEX.
Daus i dades
HEM ELABORAT UNS GRÀFICS QUE PODEN SERVIR-NOS PER AL TREBALL. MIRAU!

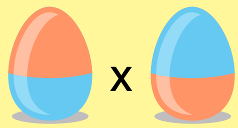
IDENTITAT

 $=1$ $\qquad I_t^t = \frac{x_{it}}{x_{it}} = 1$

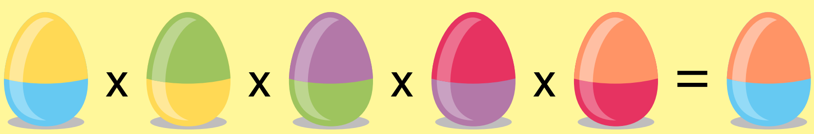
INVERSIÓ



$$I_0^t = \frac{1}{I_t^0} \qquad I_2^7 = \frac{1}{I_7^2}$$

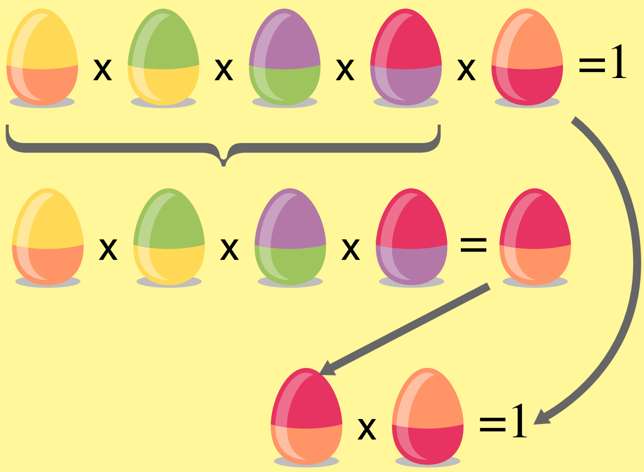
 $=1$

CÍCLICA



$$I_0^1 \times I_1^2 \times I_2^3 \times I_3^4 = I_0^4 \qquad I_0^1 \times I_1^3 \times I_0^{10} \times I_{10}^{13} = I_0^{13} \qquad I_0^1 \times I_1^2 \times \frac{1}{I_5^2} \times I_5^8 = I_0^8$$

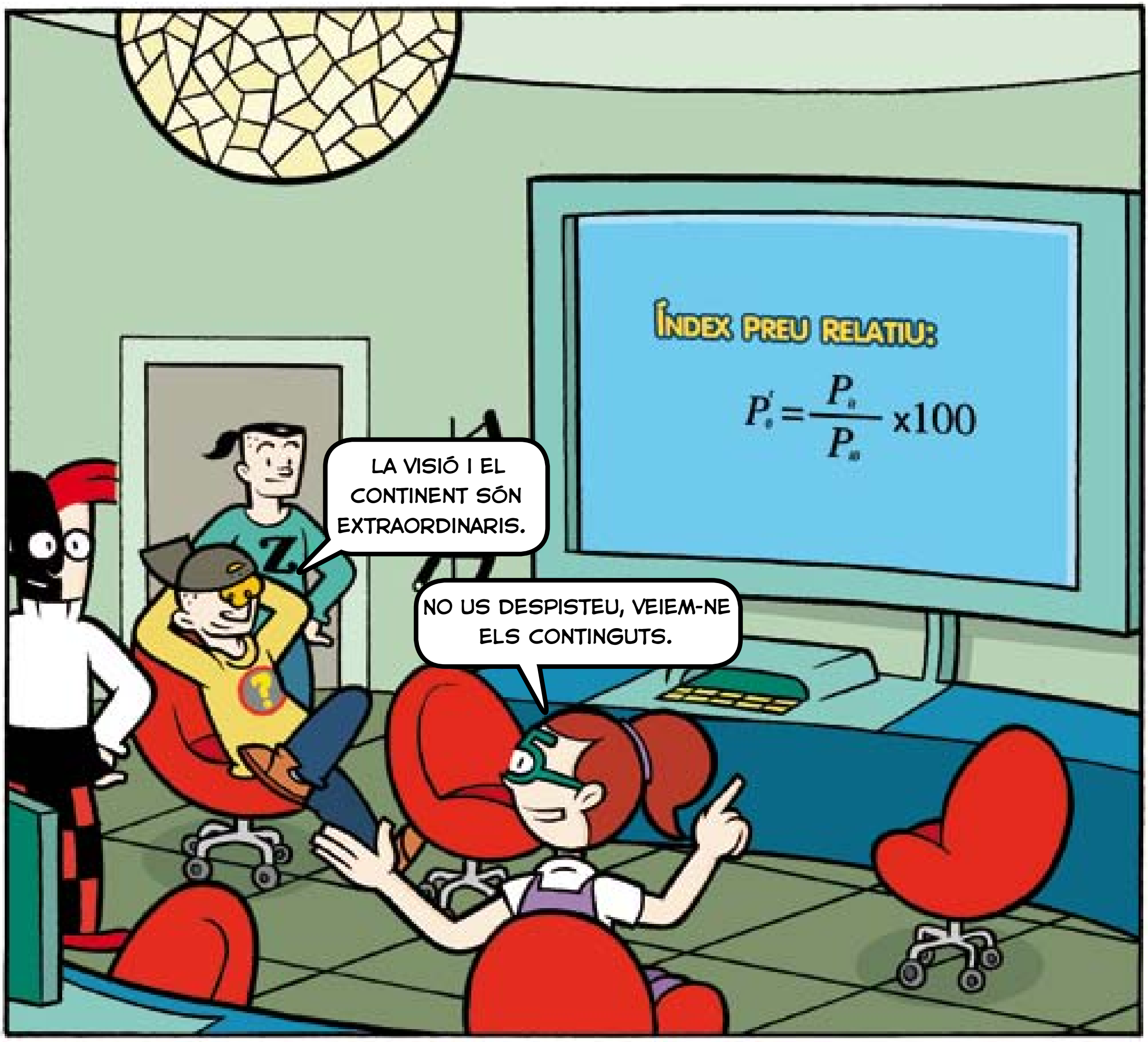
CIRCULAR



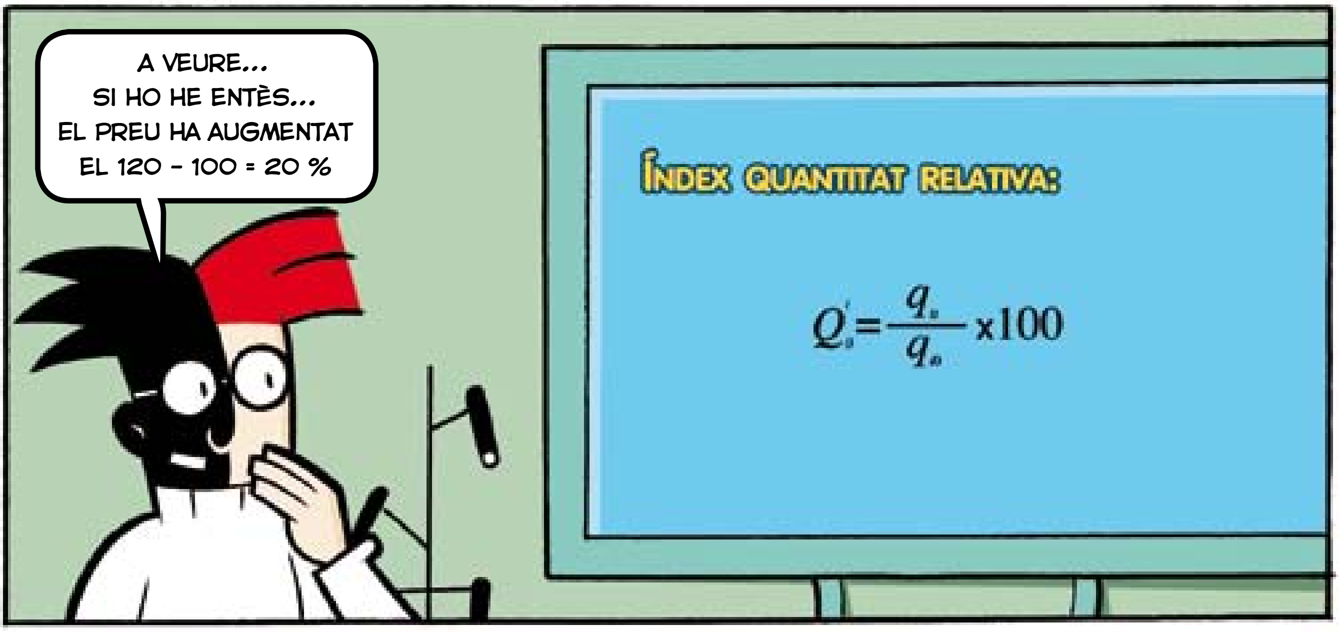
$$I_0^1 \times I_1^2 \times I_2^3 \times I_3^0 = 1$$

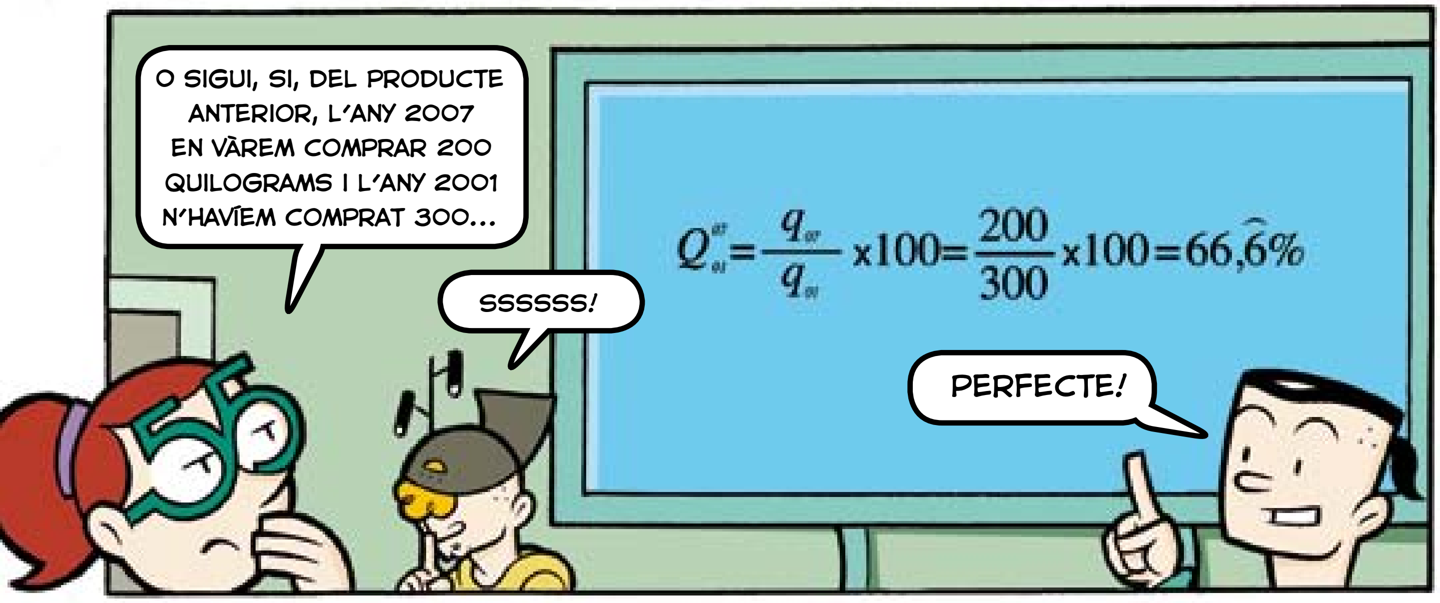
$$I_1^3 \times \frac{1}{I_5^3} \times I_5^1 = 1$$

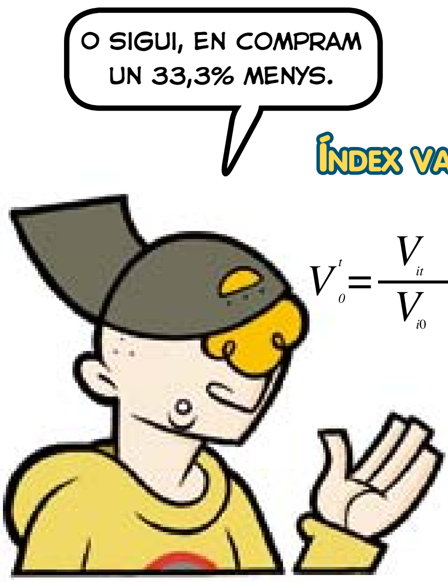
UNA SETMANA DESPRÉS



$$P_{01}^{07} = \frac{P_{07}}{P_{01}} \times 100 = \frac{30}{25} \times 100 = 120\%$$

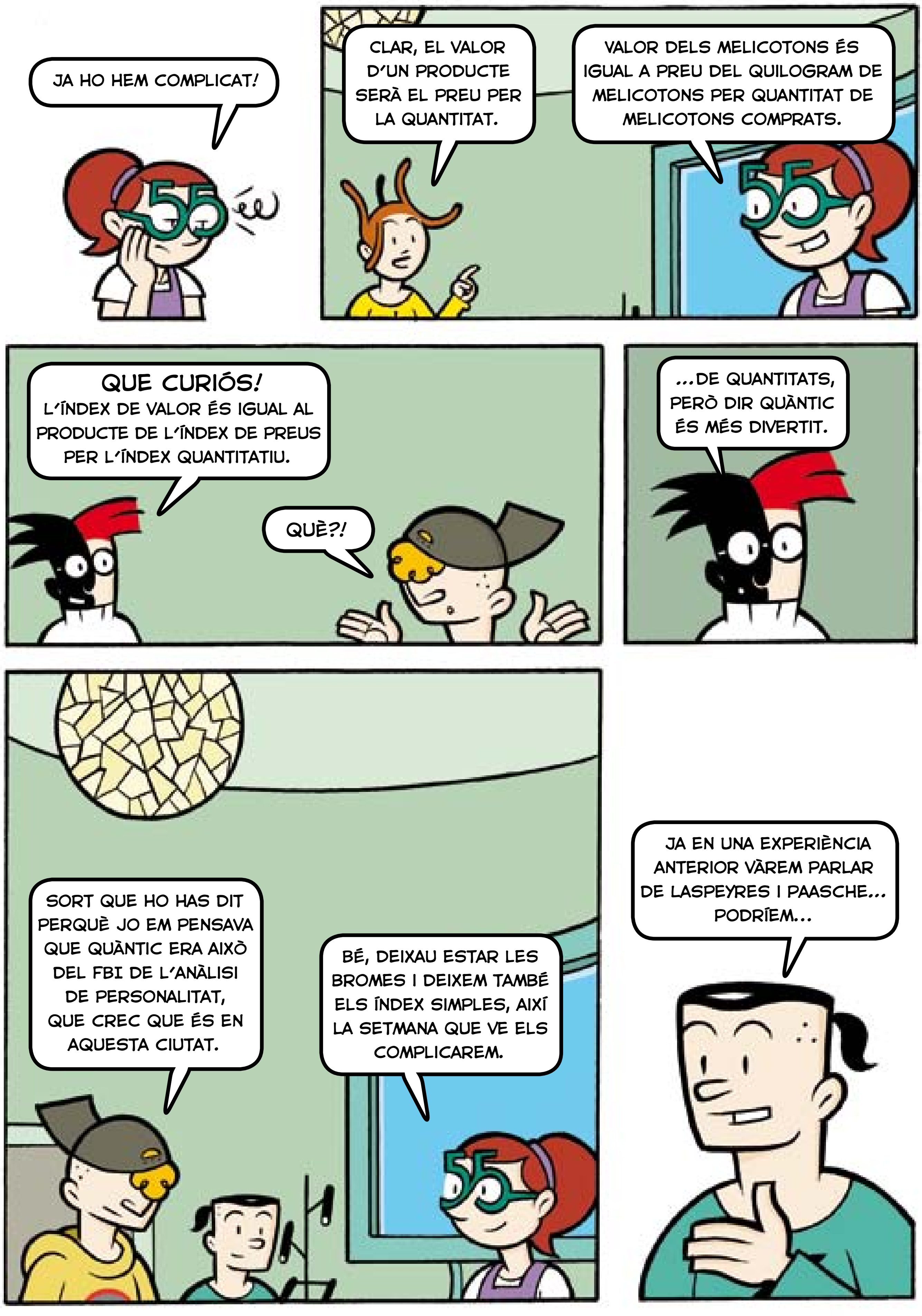


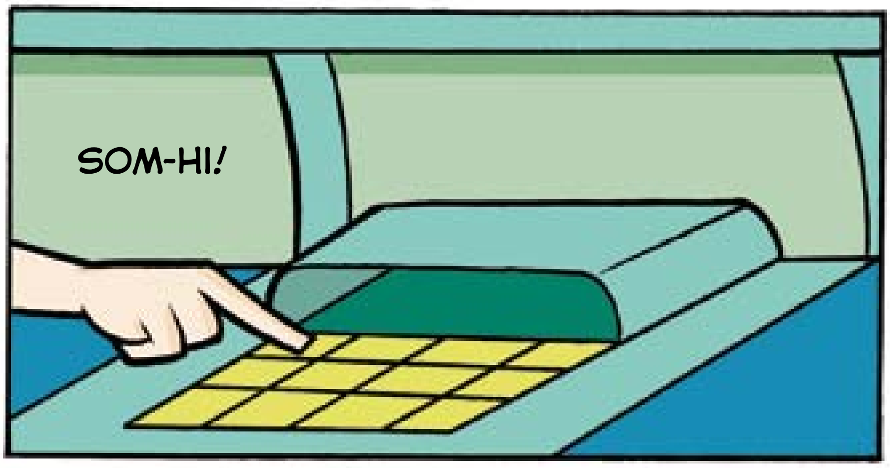




ÍNDEX VALOR RELATIU:

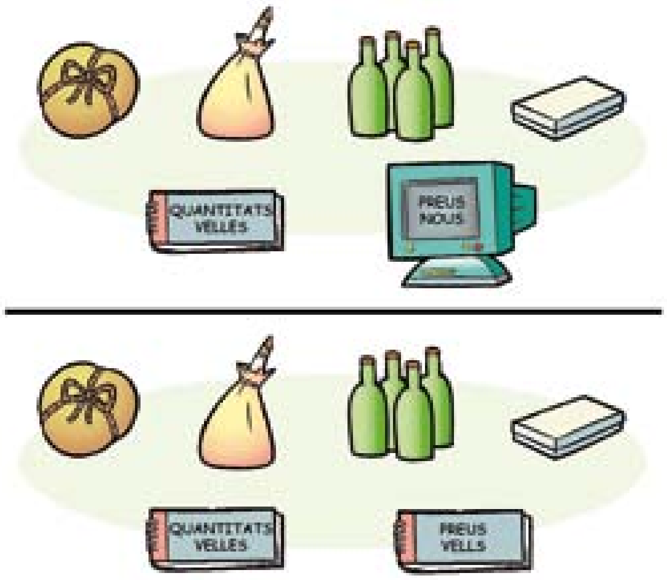
$$V'_0 = \frac{V_{it}}{V_{i0}} \times 100 = \frac{p_{it}\,q_{it}}{p_{i0}\,q_{i0}} \times 100 = \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right) \times \left(\frac{q_{it}}{q_{i0}}\right) \times 100 = P'_0 \times Q'_0 \times 100$$


JA HO HEM COMPLICAT!
CLAR, EL VALOR D'UN PRODUCTE SERÀ EL PREU PER LA QUANTITAT.
VALOR DELS MELICOTONS ÉS IGUAL A PREU DEL QUILOGRAM DE MELICOTONS PER QUANTITAT DE MELICOTONS COMPRATS.
QUE CURIÓS! L'ÍNDEX DE VALOR ÉS IGUAL AL PRODUCTE DE L'ÍNDEX DE PREUS PER L'ÍNDEX QUANTITATIU.
QUÈ?!
...DE QUANTITATS, PERÒ DIR QUÀNTIC ÉS MÉS DIVERTIT.
SORT QUE HO HAS DIT PERQUÈ JO EM PENSAVA QUE QUÀNTIC ERA AIXÒ DEL FBI DE L'ANÀLISI DE PERSONALITAT, QUE CREC QUE ÉS EN AQUESTA CIUTAT.
BÉ, DEIXAU ESTAR LES BROMES I DEIXEM TAMBÉ ELS ÍNDEX SIMPLES, AIXÍ LA SETMANA QUE VE ELS COMPLICAREM.
JA EN UNA EXPERIÈNCIA ANTERIOR VÀREM PARLAR DE LASPEYRES I PAASCHE... PODRÍEM...



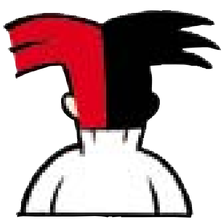
ÍNDEX LASPEYRES DE PREUS
L_p

$$L_p = \frac{\textit{quantitats velles} \times \textit{preus nous}}{\textit{quantitats velles} \times \textit{preus vells}}$$



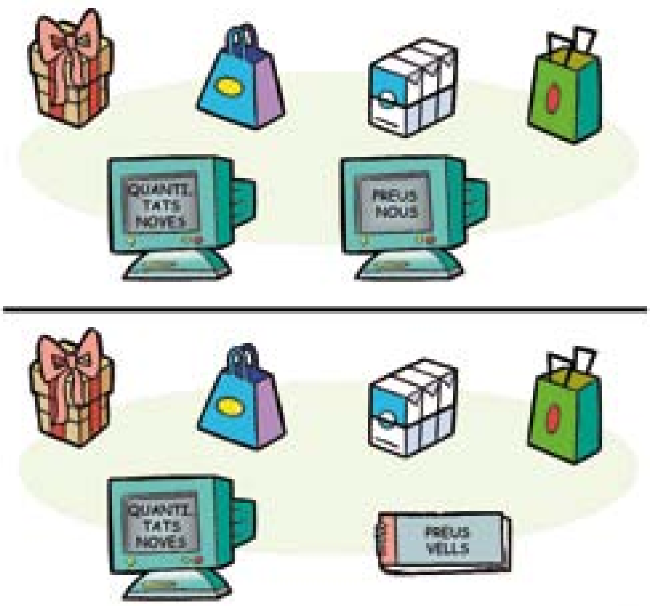
ÍNDEX LASPEYRES QUANTITATIU
L_Q

$$L_q = \frac{\textit{preus vells} \times \textit{quantitats noves}}{\textit{preus vells} \times \textit{quantitats velles}}$$



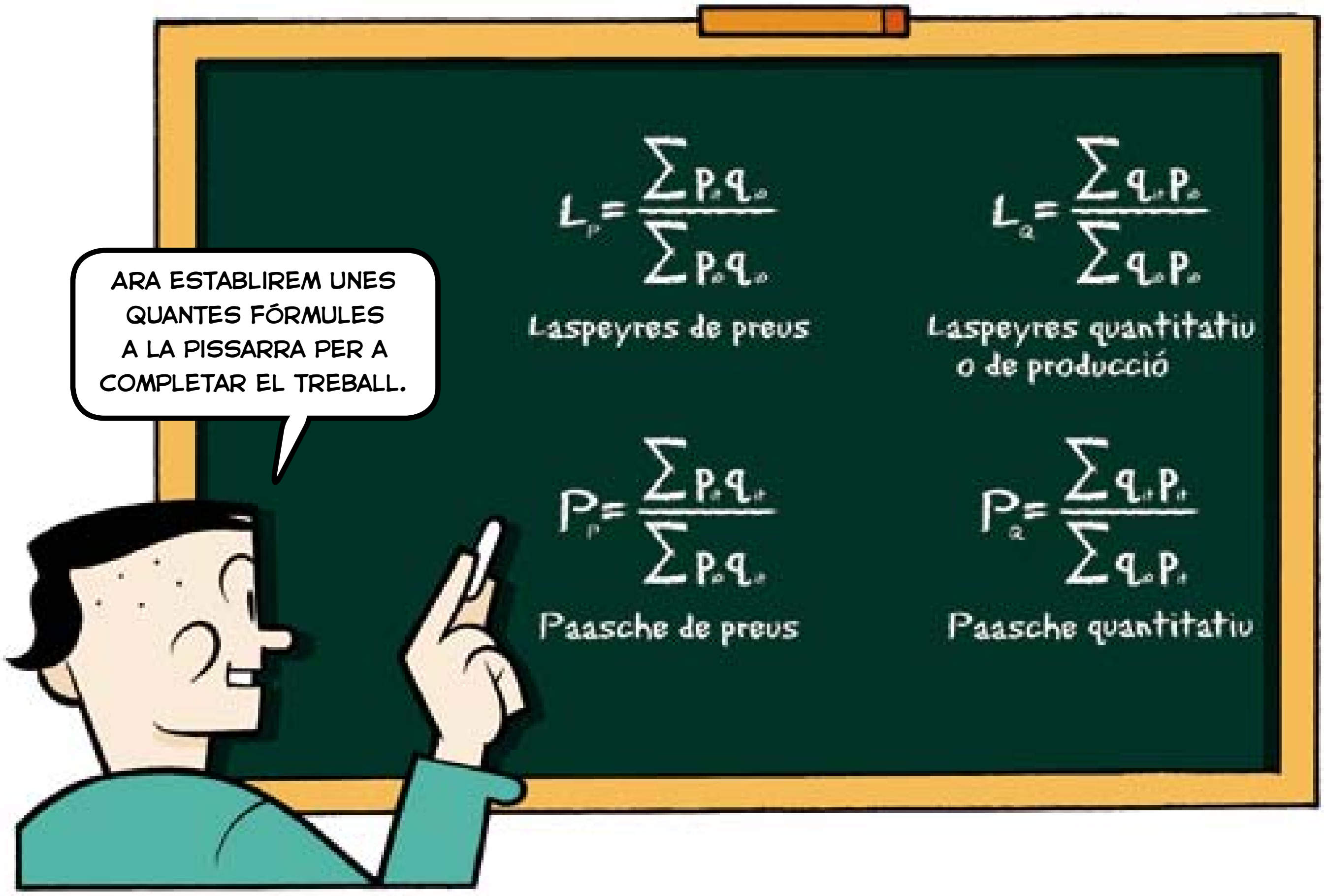
ÍNDEX PAASCHE DE PREUS
P_P

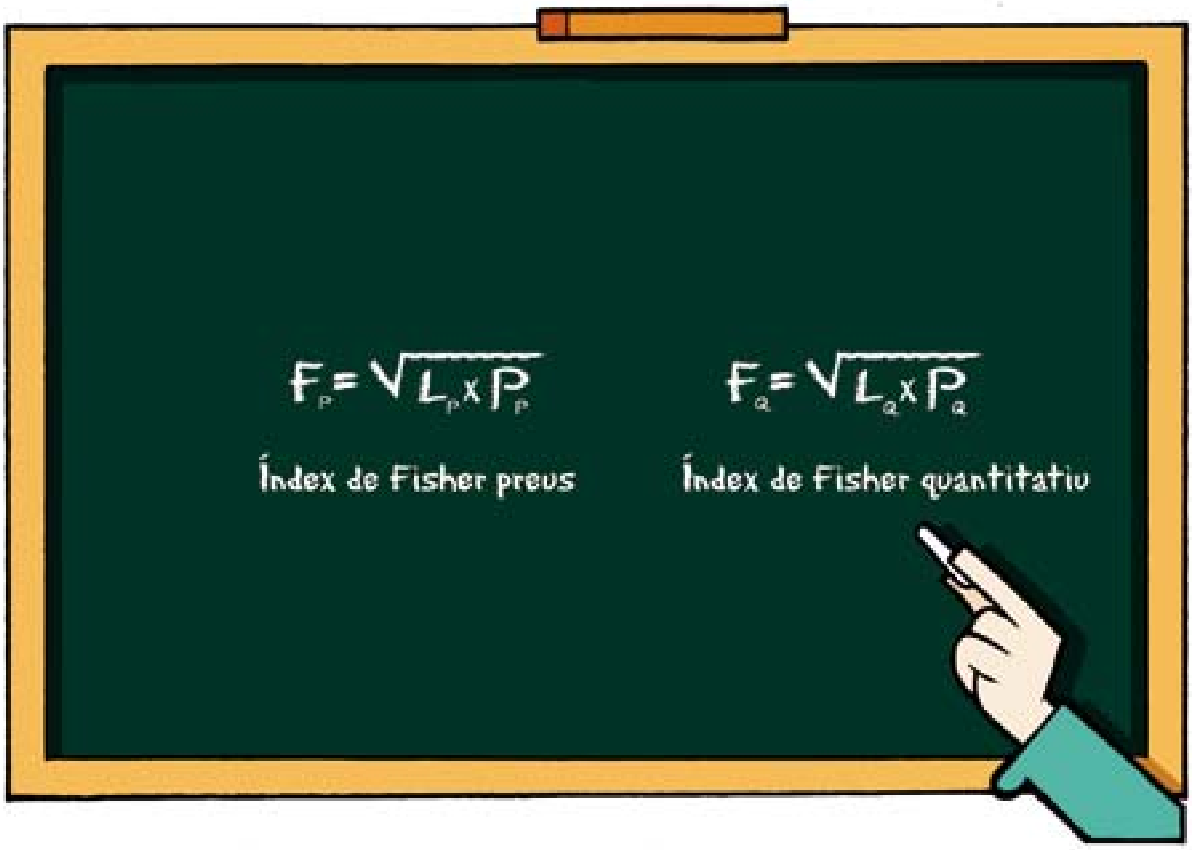
$$P_p = \frac{\textit{quantitats noves} \times \textit{preus nous}}{\textit{quantitats noves} \times \textit{preus vells}}$$



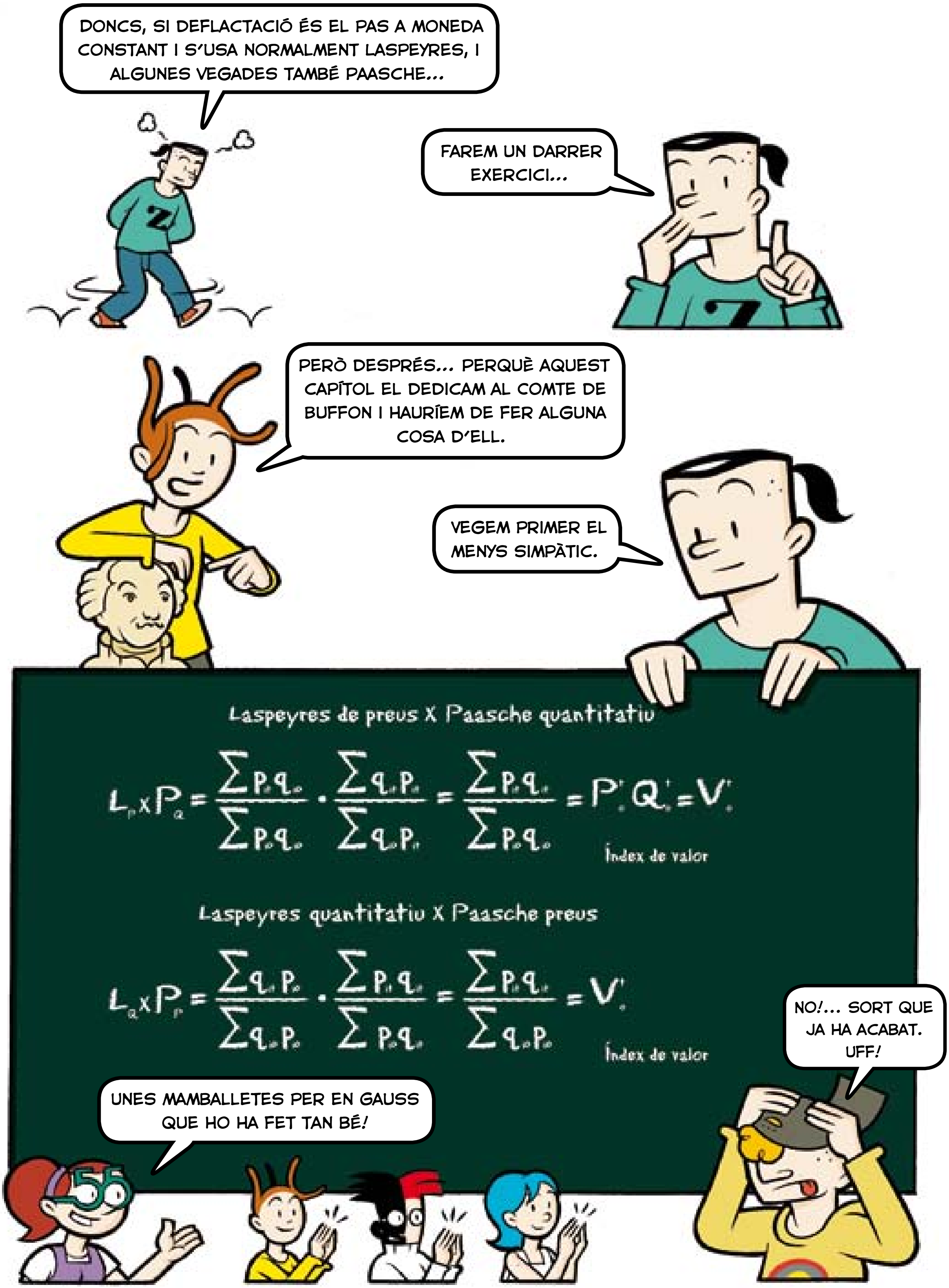
ÍNDEX PAASCHE QUANTITATIU
P_Q

$$P_q = \frac{\textit{preus nous} \times \textit{quantitats noves}}{\textit{preus nous} \times \textit{quantitats velles}}$$


ARA ESTABLIREM UNES QUANTES FÓRMULES A LA PISSARRA PER A COMPLETAR EL TREBALL.
$L_p = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$
Laspeyres de preus
$L_q = \frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0}$
Laspeyres quantitatiu o de producció
$P_p = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}$
Paasche de preus
$P_q = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}$
Paasche quantitatiu


$F_p = \sqrt{L_p \times P_p}$
Índex de Fisher preus
$F_q = \sqrt{L_q \times P_q}$
Índex de Fisher quantitatiu


GAUSS, TU VARES DIR AL PRINCIPI ALGUNA COSA COM ARA "EXPLOSIÓ" O "DEFLAGRACIÓ".
MIRA QUE T'AGRADA FER L'ASE!
HA, HA, HA
VAS PARLAR DE DEFLACTACIÓ I CREC QUE INTERESSA SABER PASSAR DE MONEDA CORRENT A MONEDA CONSTANT.
O SIGUI:
MONEDA CORRENT, LA DE CADA PERÍODE.
MONEDA CONSTANT, LA QUE REGEIX EN EL PERÍODE ESTUDIAT.

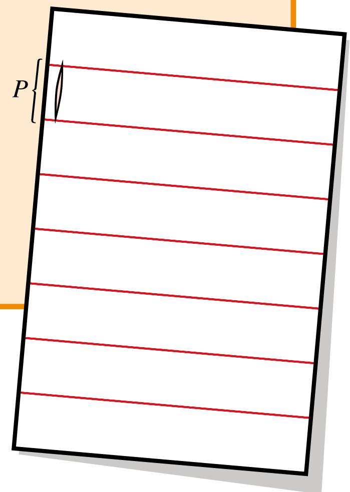

DONCS, SI DEFLACTACIÓ ÉS EL PAS A MONEDA CONSTANT I S'USA NORMALMENT LASPEYRES, I ALGUNES VEGADES TAMBÉ PAASCHE...
FAREM UN DARRER EXERCICI...
PERÒ DESPRÉS... PERQUÈ AQUEST CAPÍTOL EL DEDICAM AL COMTE DE BUFFON I HAURÍEM DE FER ALGUNA COSA D'ELL.
VEGEM PRIMER EL MENYS SIMPÀTIC.
Laspeyres de preus X Paasche quantitatiu
$L_p \times P_q = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = P_0^1 Q_0^1 = V_0^1$
Índex de valor
Laspeyres quantitatiu X Paasche preus
$L_q \times P_p = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_0 p_0} = V_0^1$
Índex de valor
NO!... SORT QUE JA HA ACABAT. UFF!
UNES MAMBALLETES PER EN GAUSS QUE HO HA FET TAN BÉ!

L'AGULLA DE BUFFON

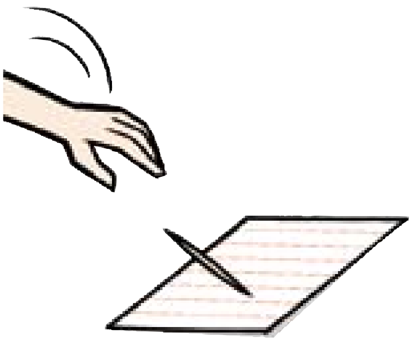
El nombre **π** és freqüent i important en realitzacions estadístiques, i el comte de Buffon, mitjançant un experiment que de forma simple i senzilla exposam a continuació, va ser una de les moltes persones que van dedicar esforços a la tasca de descobrir com més xifres millor d'un nombre que en té infinites.

Experiment:

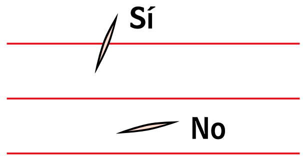
Prenguem un full de paper, tracem-hi vuit particions iguals separades per segments com indica la figura, i obtinguem un palet amb longitud "**p**" **igual a la distància entre els segments**, ja sigui retallant-lo o mesurant primer el pal i després les divisions del full.



Realització:



Llancem el pal sobre el full. Com més vegades, millor (llançaments suaus), i anotam el nombre total de llançaments, al qual anomenarem **T**. Anam, al mateix temps, comptant les vegades que d'aquests llançaments l'agulla talla les retxes vermelles; a aquest recompte l'anomenarem **C**.



Nombre de llançaments T

Nombre de talls C

El recompte el pots fer com ho indicam en una de les nostres experiències.

T = ... = **1.103**

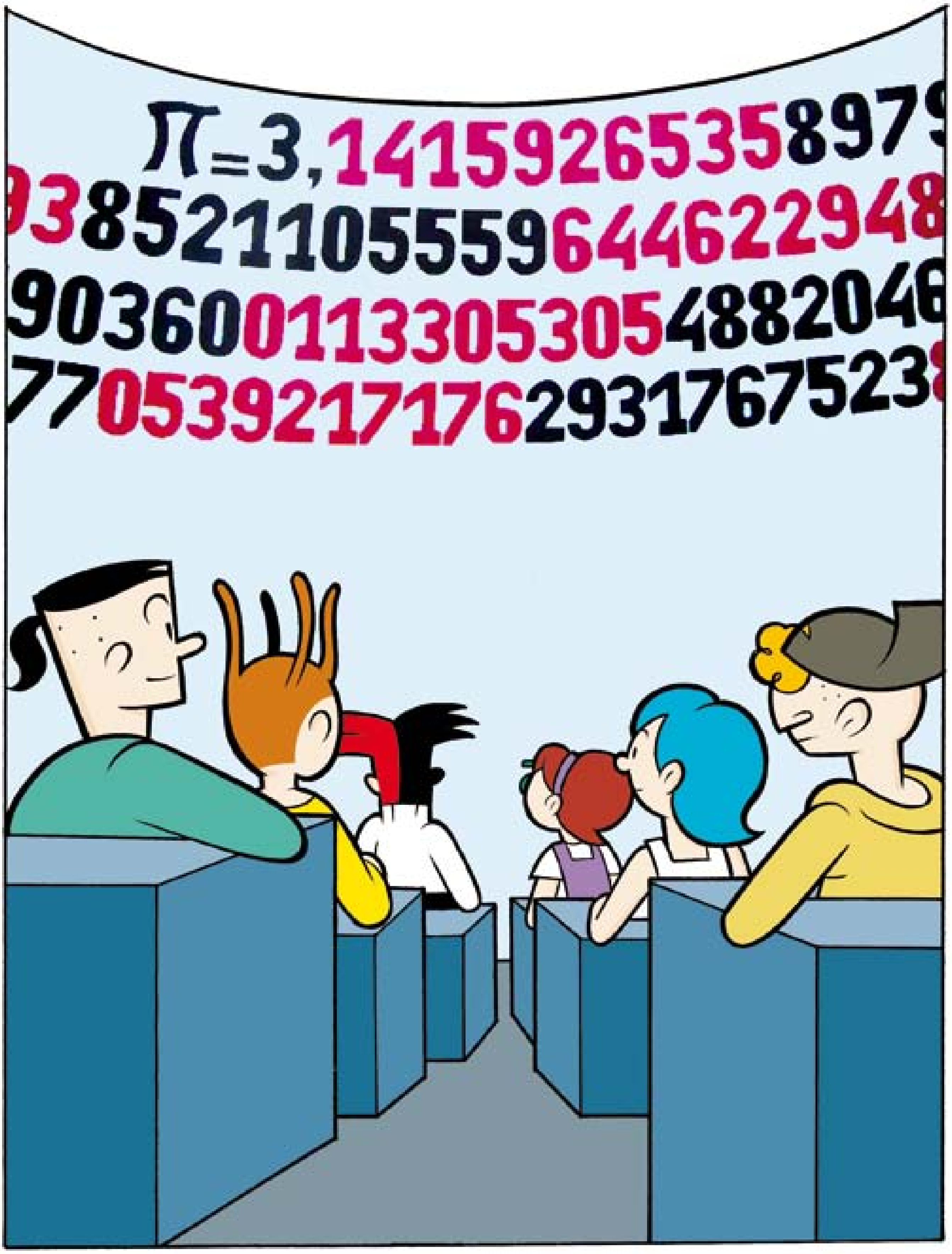
C = ... = **702**

Una vegada que tingueu els vostres resultats, efectuau l'operació següent:

$$\frac{2\text{x}T}{C}$$

Veureu que el nombre resultant s'aproxima estocàsticament a **π** a mesura que les tirades són més nombroses.

Sala de π en el "Palais de la Decouverte". París

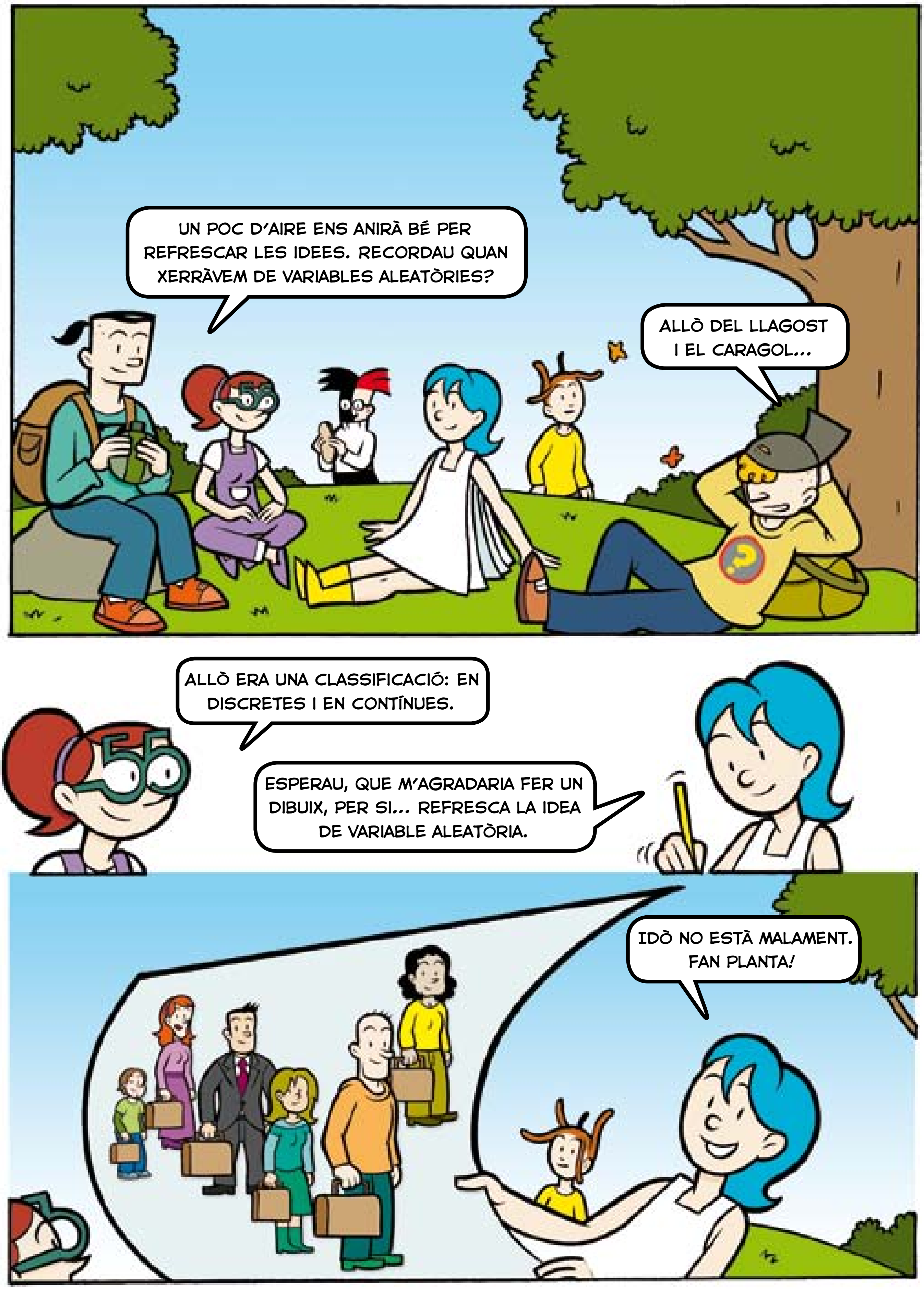


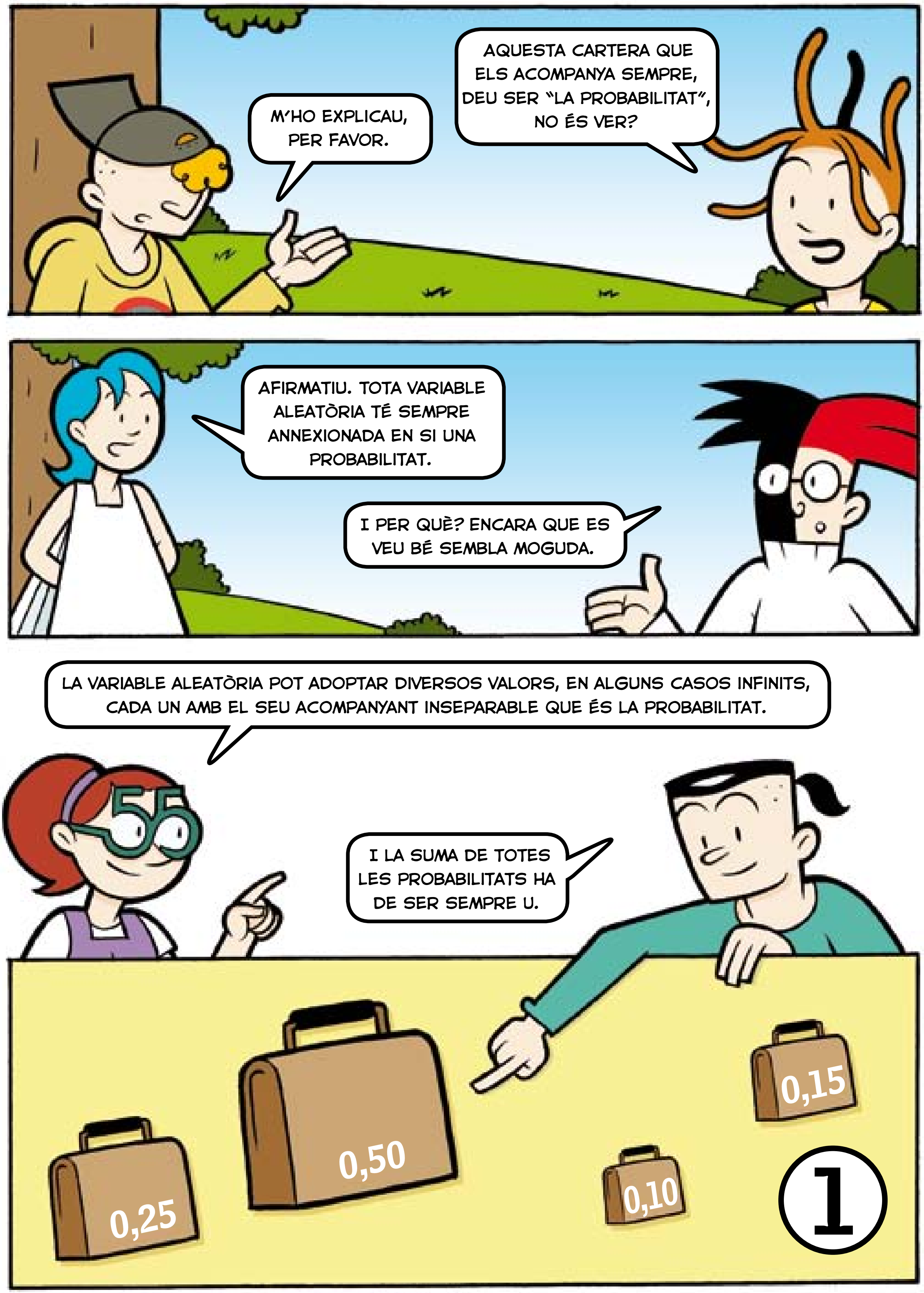
Capítol 2

SIR FRANCIS GALTON
(1909)

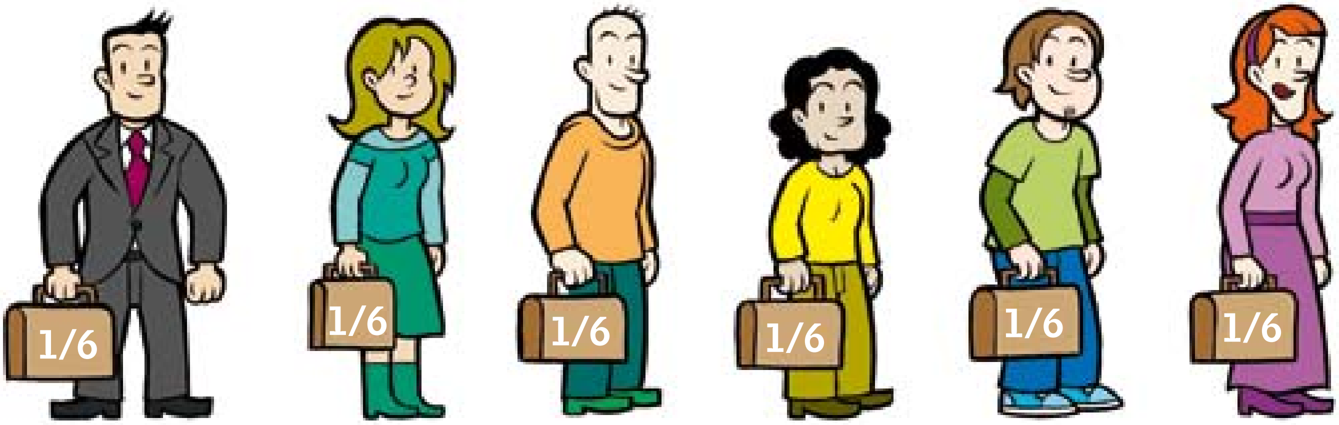
Duddeston, 1822 – Haslemere, 1911

Antropòleg i geògraf, va crear l'escola biomètrica anglesa.
Una vegada acabats els estudis, va realitzar grans viatges amb l'objectiu d'investigar, com el seu cosí Charles Darwin.
És un dels introductors dels mètodes estadístics aplicats a la biologia conjuntament amb Karls Pearson, que curiosament és autor d'una biografia del personatge tractat.
Entre molts altres temes va ser el primer a explicar el fenomen de regressió mitjana i a emprar la línia de regressió; va ser un dels pioners en l'ús de la distribució normal.
El seu enginy el va dur a construir la màquina de Quincunx.

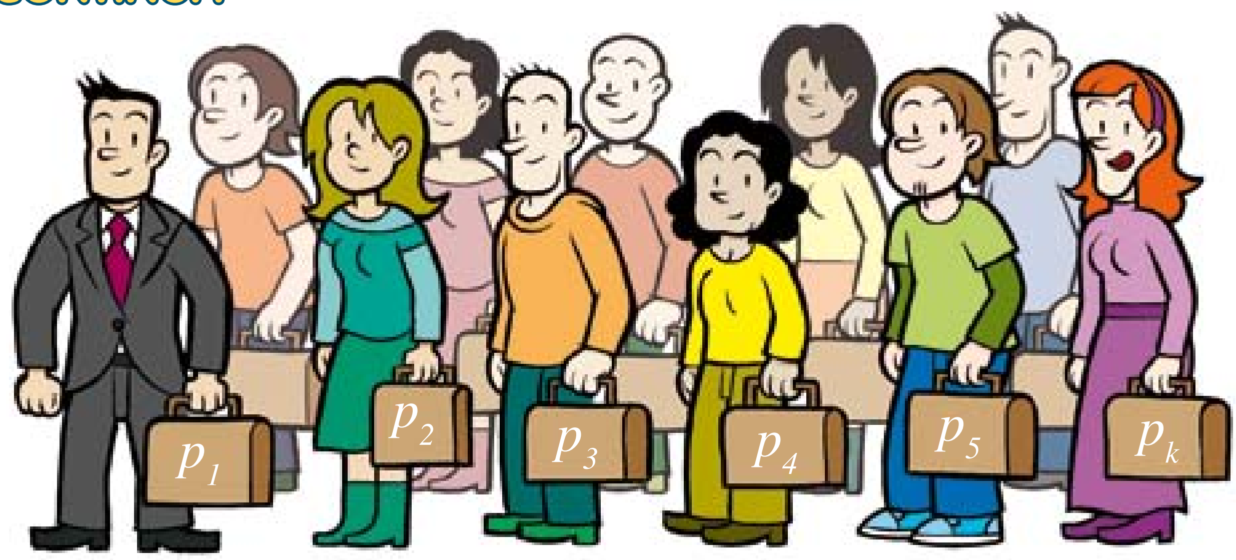

UN POC D'AIRE ENS ANIRÀ BÉ PER REFRESCAR LES IDEES. RECORDAU QUAN XERRÀVEM DE VARIABLES ALEATÒRIES?
ALLÒ DEL LLAGOST I EL CARAGOL...
ALLÒ ERA UNA CLASSIFICACIÓ: EN DISCRETES I EN CONTÍNUES.
ESPERAU, QUE M'AGRADARIA FER UN DIBUIX, PER SI... REFRESCA LA IDEA DE VARIABLE ALEATÒRIA.
IDÒ NO ESTÀ MALAMENT. FAN PLANTA!


M'HO EXPLICAU, PER FAVOR.
AQUESTA CARTERA QUE ELS ACOMPANYA SEMPRE, DEU SER "LA PROBABILITAT", NO ÉS VER?
AFIRMATIU. TOTA VARIABLE ALEATÒRIA TÉ SEMPRE ANNEXIONADA EN SI UNA PROBABILITAT.
I PER QUÈ? ENCARA QUE ES VEU BÉ SEMBLA MOGUDA.
LA VARIABLE ALEATÒRIA POT ADOPTAR DIVERSOS VALORS, EN ALGUNS CASOS INFINITS, CADA UN AMB EL SEU ACOMPANYANT INSEPARABLE QUE ÉS LA PROBABILITAT.
I LA SUMA DE TOTES LES PROBABILITATS HA DE SER SEMPRE U.
0,25
0,50
0,10
0,15
1

DISCRETA



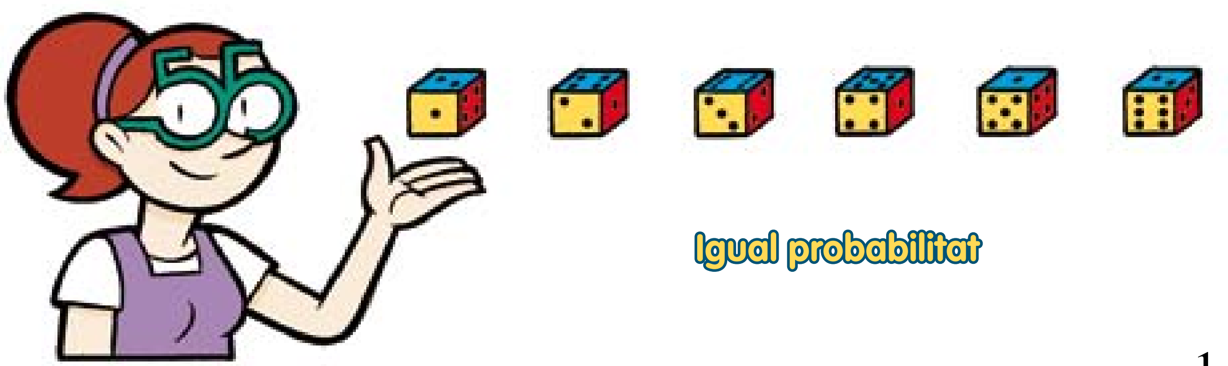
CONTÍNUA



Sabent que $p_1+p_2+p_3+\ \dots\ + p_k = 1$

POSEM AQUESTS DOS DIBUIXOS EN UN PLA UN POC MÉS SERIÓS.

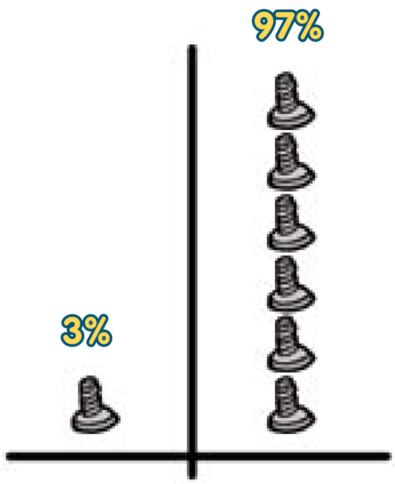
La tirada d'un dau **DISCRETES**



Sabent que $p_1+p_2+p_3+ \ldots + p_6 = 1 \Rightarrow p_i = \frac{1}{6}$

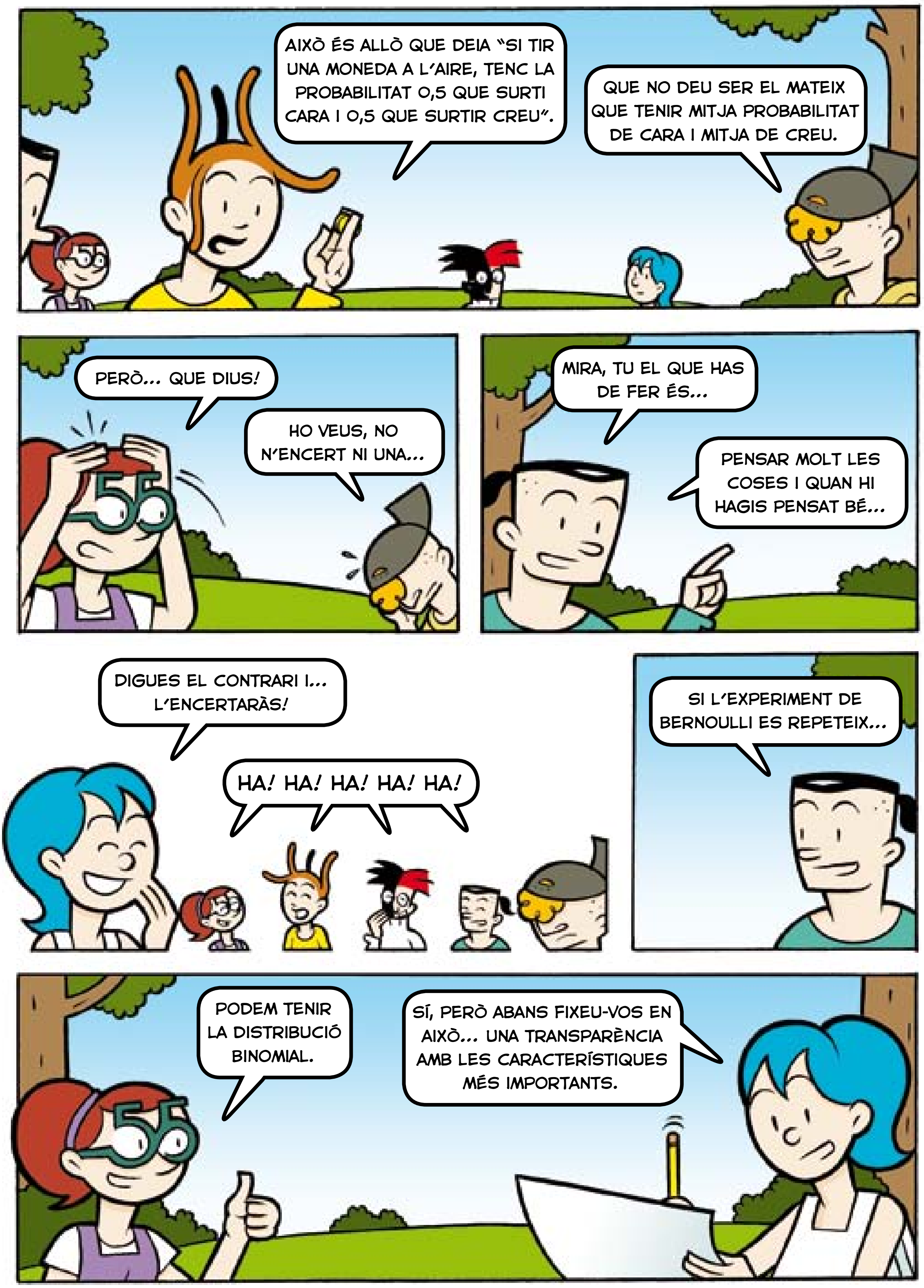
O SI HO MIRAM AMB PERNS, PER EXEMPLE.

DISCRETES Distinta probabilitat



Perns defectuosos 3%
Perns bons 97%

Probabilitat $\frac{3}{100} + \frac{97}{100} = 1$


AIXÒ ÉS ALLÒ QUE DEIA "SI TIR UNA MONEDA A L'AIRE, TENC LA PROBABILITAT 0,5 QUE SURTI CARA I 0,5 QUE SURTIR CREU".
QUE NO DEU SER EL MATEIX QUE TENIR MITJA PROBABILITAT DE CARA I MITJA DE CREU.
PERÒ... QUE DIUS!
HO VEUS, NO N'ENCERT NI UNA...
MIRA, TU EL QUE HAS DE FER ÉS...
PENSAR MOLT LES COSES I QUAN HI HAGIS PENSAT BÉ...
DIGUES EL CONTRARI I... L'ENCERTARÀS!
HA! HA! HA! HA! HA!
SI L'EXPERIMENT DE BERNOULLI ES REPETEIX...
PODEM TENIR LA DISTRIBUCIÓ BINOMIAL.
SÍ, PERÒ ABANS FIXEU-VOS EN AIXÒ... UNA TRANSPARÈNCIA AMB LES CARACTERÍSTIQUES MÉS IMPORTANTS.

DISTRIBUCIÓ DE BERNOULLI

$$P[X = x] = p^x \ (1 - p)^{1-x}$$

Sent p la probabilitat d'èxit i (1-p), com és lògic, la de fracàs

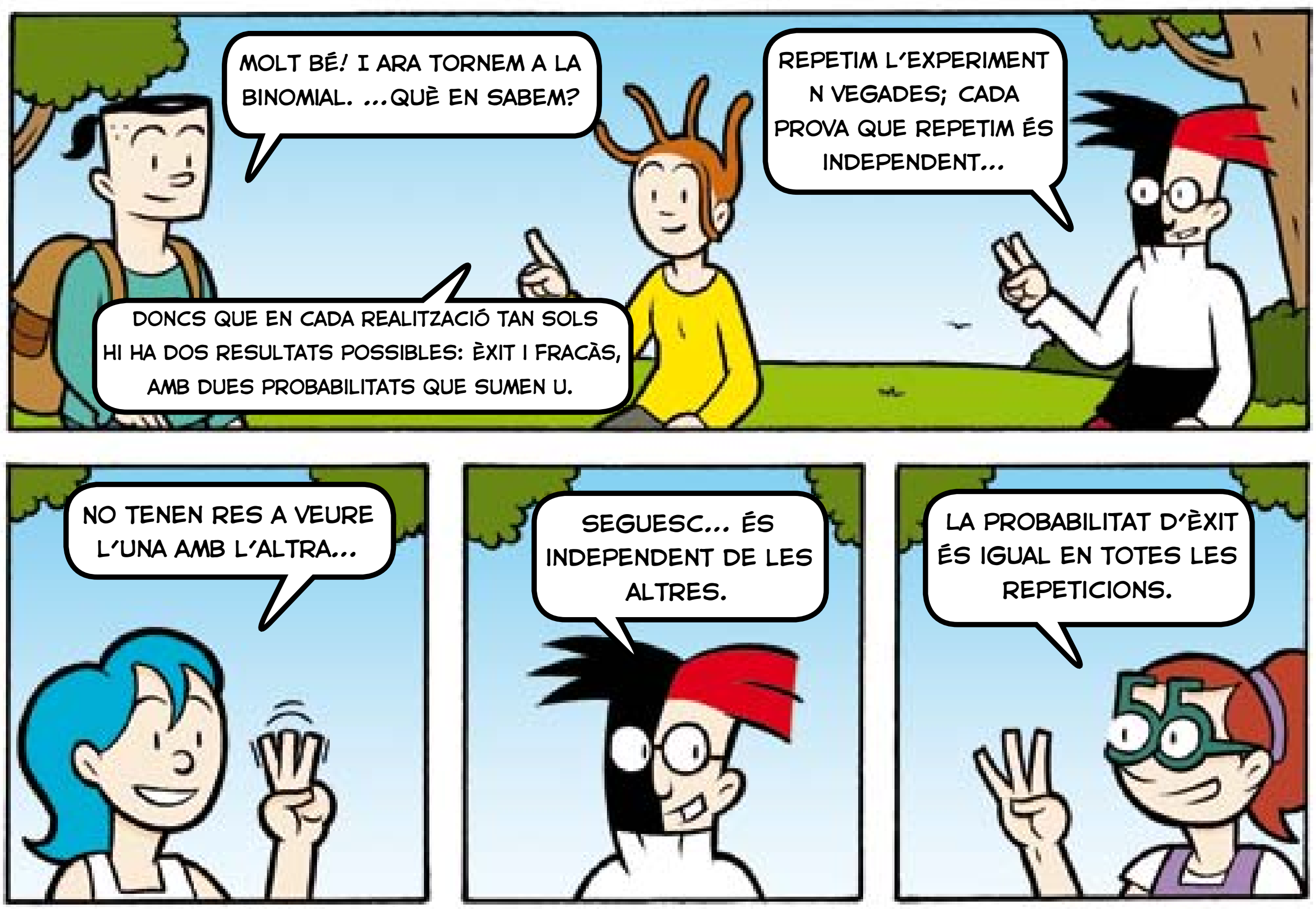
$$P[X = x] \Rightarrow \begin{cases} 1 & \text{èxit} \\ 0 & \text{fracàs} \end{cases}$$

La seva mitjana o esperança

$$\mu = E[x] = p$$

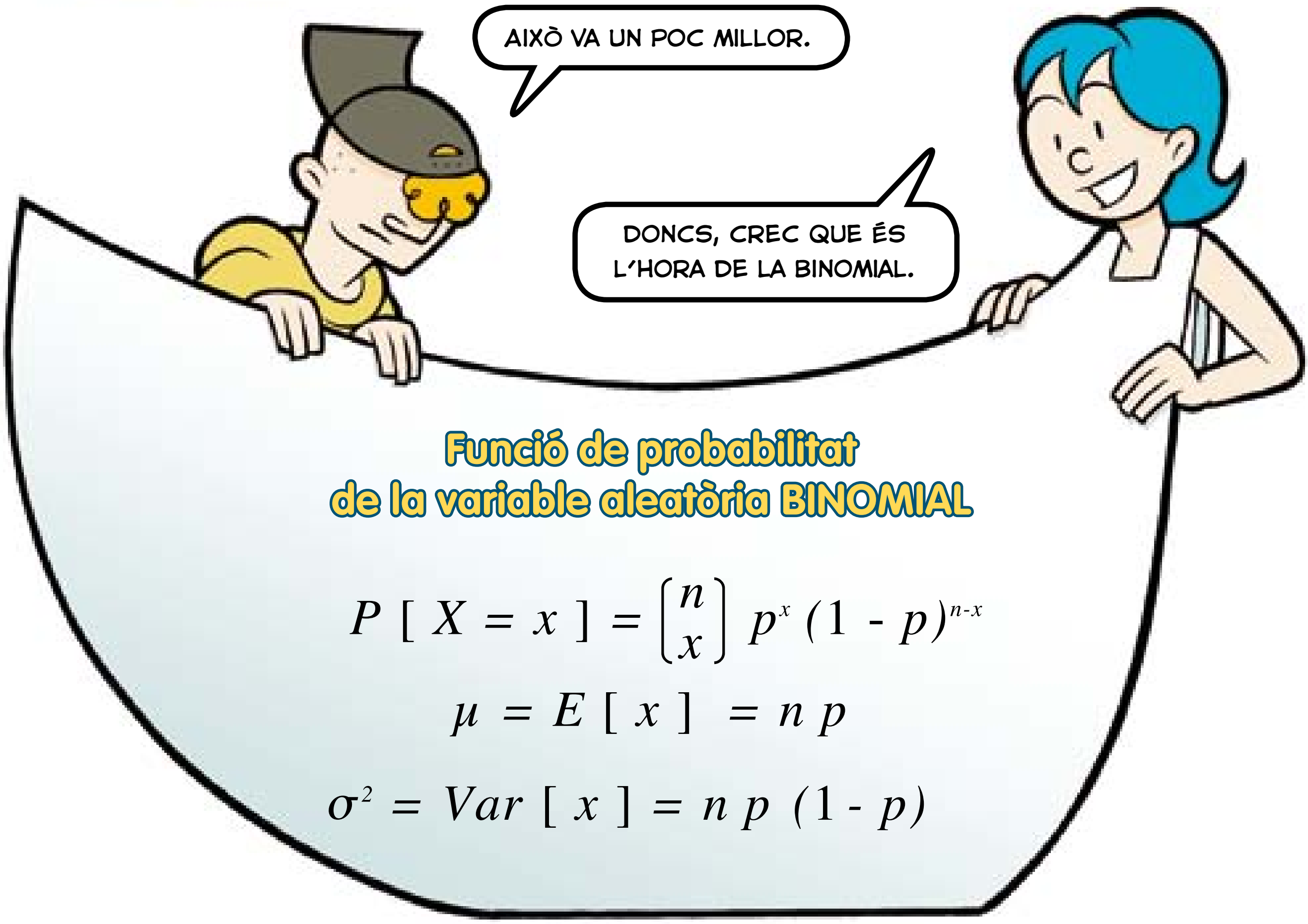
La seva variància

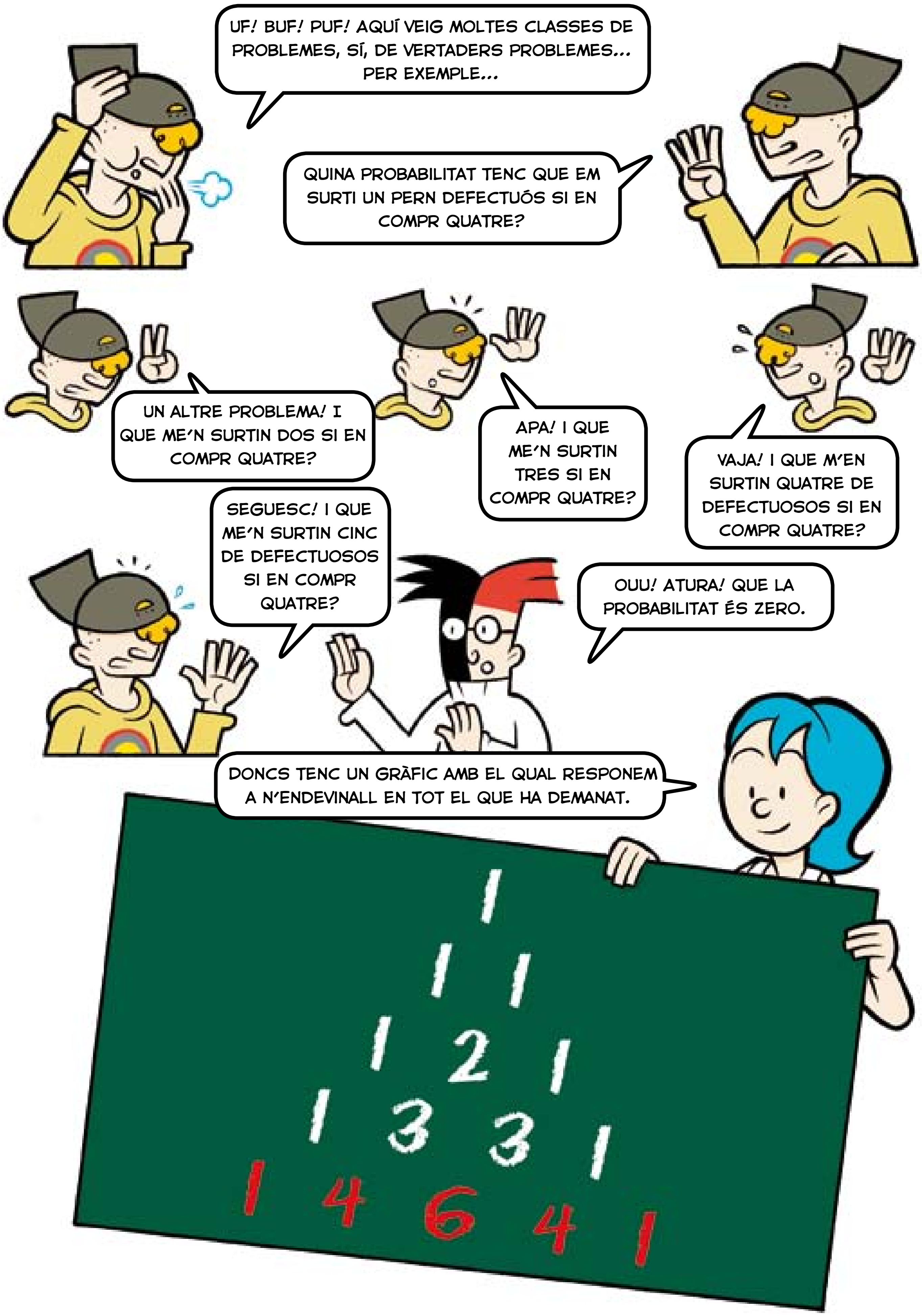
$$\sigma^2 = Var[x] = p(1 - p)$$

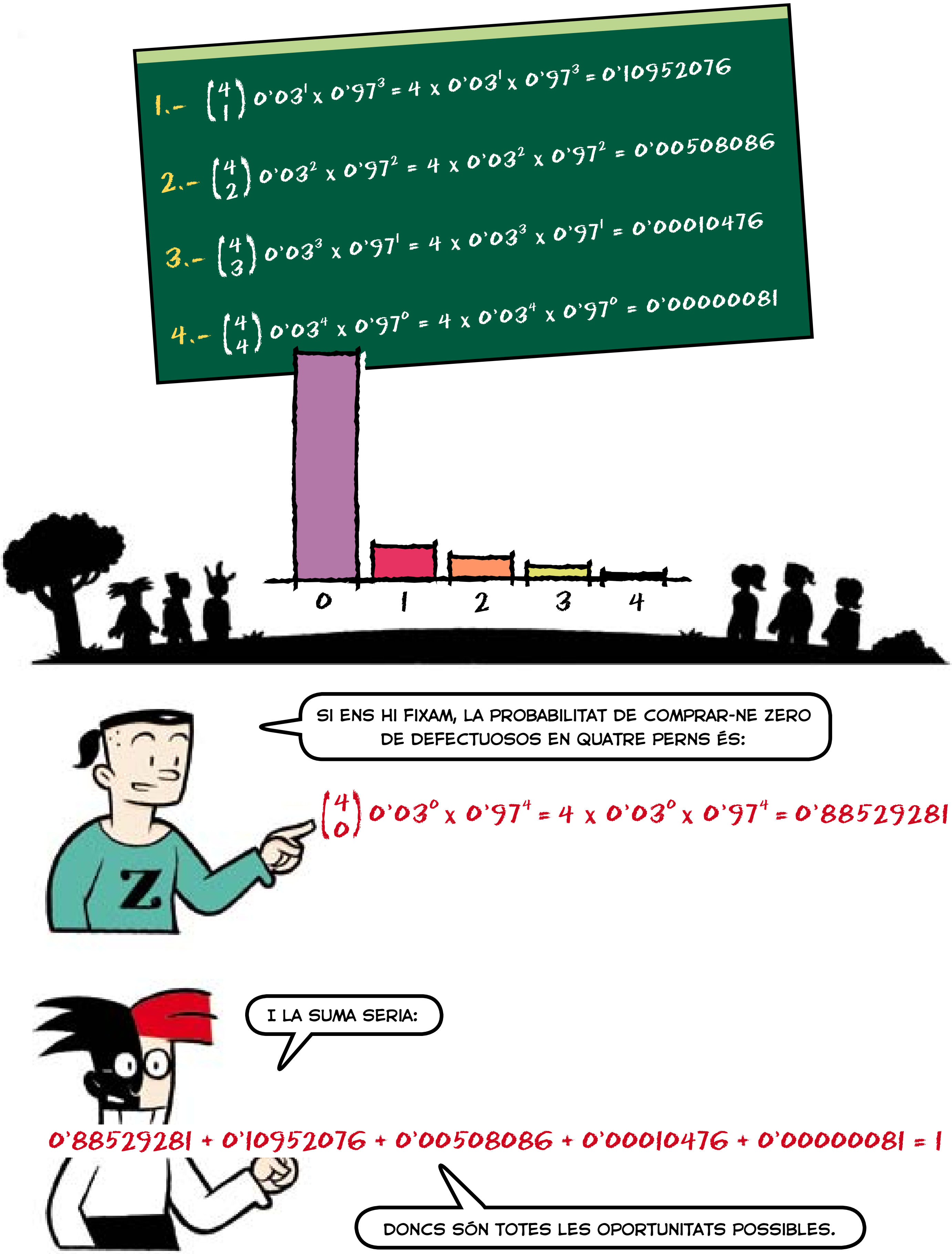



VA BASTANT BÉ.
ANAR... POTSER VA BASTANT BÉ, PERÒ A MI, SI NO EM DIUS UNA VERBIGRÀCIA, COM DIU NA 55..., NO EM VE.

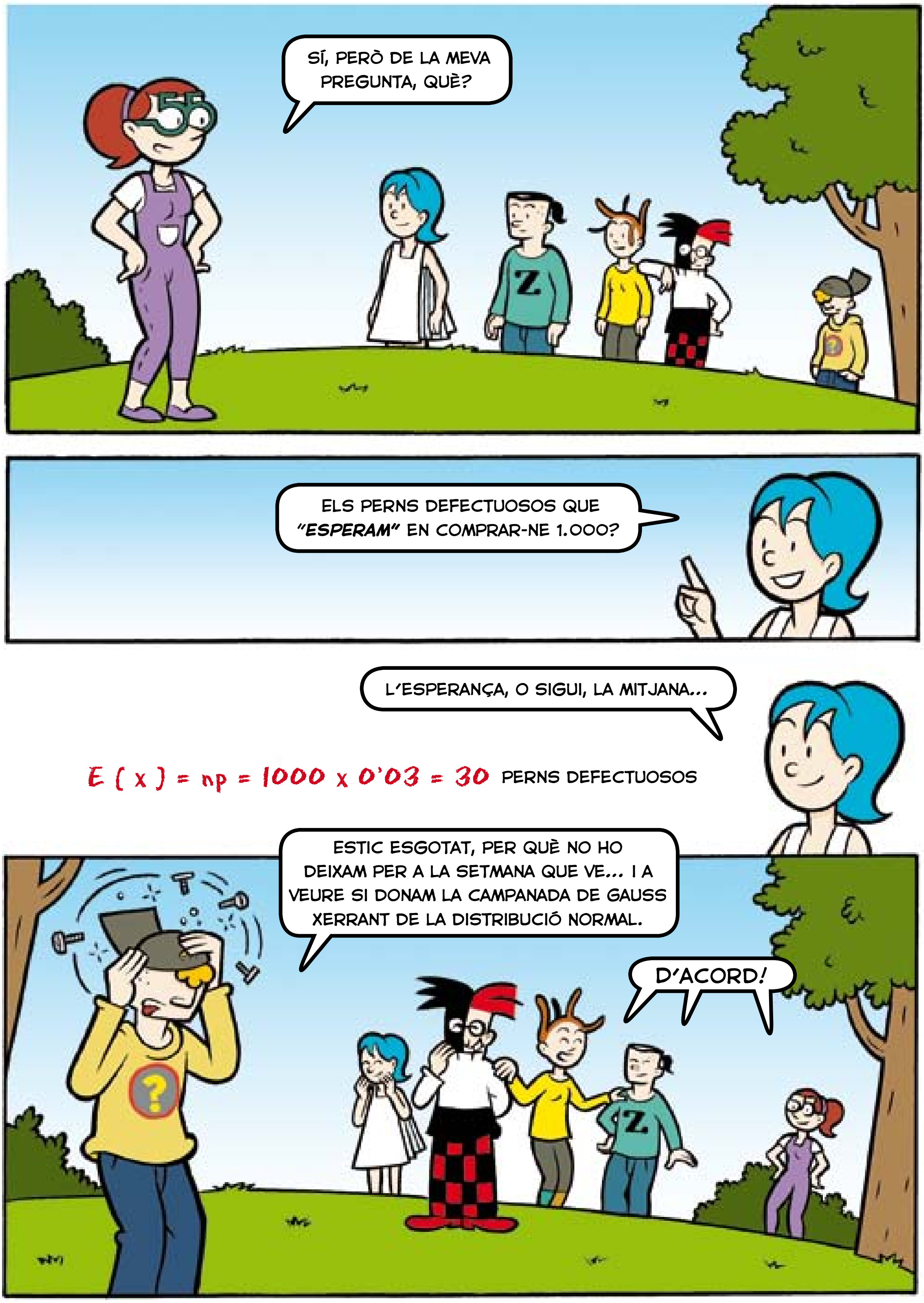

QUANTS PERNS DEFECTUOSOS ESPERAM TROBAR EN UNA CAIXA DE 1.000 UNITATS?
LA PROBABILITAT QUE UN PERN SIGUI defectuós ÉS DE 0,03.
PER TANT, LA PROBABILITAT QUE no ho sigui ÉS DE 1 - 0,03 = 0,97.

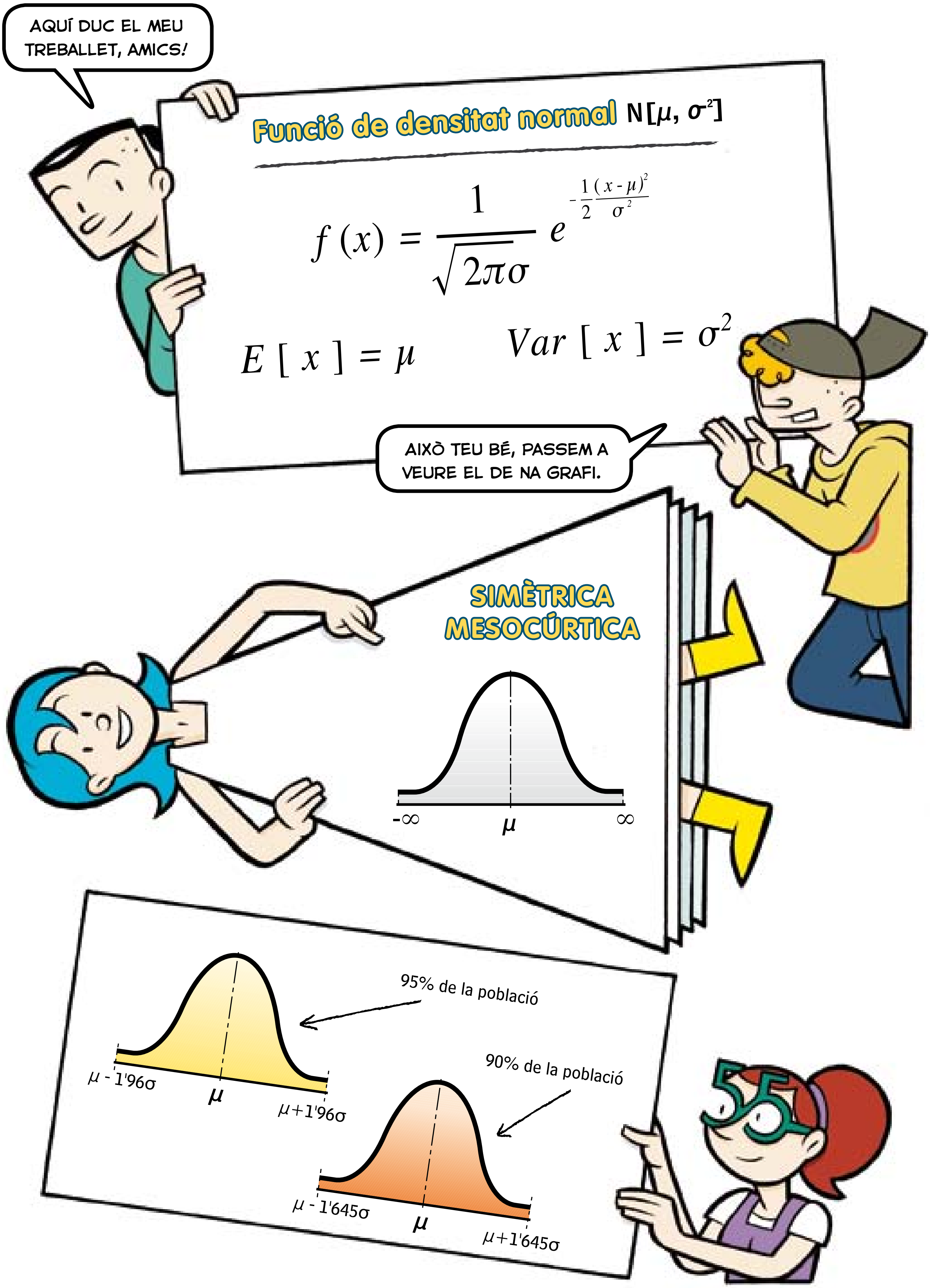

AIXÒ VA UN POC MILLOR.
DONCS, CREC QUE ÉS L'HORA DE LA BINOMIAL.
Funció de probabilitat de la variable aleatòria BINOMIAL
$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$
$\mu = E[x] = n p$
$\sigma^2 = Var[x] = n p (1 - p)$


UF! BUF! PUF! AQUÍ VEIG MOLTES CLASSES DE PROBLEMES, SÍ, DE VERTADERS PROBLEMES... PER EXEMPLE...
QUINA PROBABILITAT TENC QUE EM SURTI UN PERN DEFECTUÓS SI EN COMPR QUATRE?
UN ALTRE PROBLEMA! I QUE ME'N SURTIN DOS SI EN COMPR QUATRE?
APA! I QUE ME'N SURTIN TRES SI EN COMPR QUATRE?
VAJA! I QUE M'EN SURTIN QUATRE DE DEFECTUOSOS SI EN COMPR QUATRE?
SEGUESC! I QUE ME'N SURTIN CINC DE DEFECTUOSOS SI EN COMPR QUATRE?
OUU! ATURA! QUE LA PROBABILITAT ÉS ZERO.
DONCS TENC UN GRÀFIC AMB EL QUAL RESPONEM A N'ENDEVINALL EN TOT EL QUE HA DEMANAT.
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

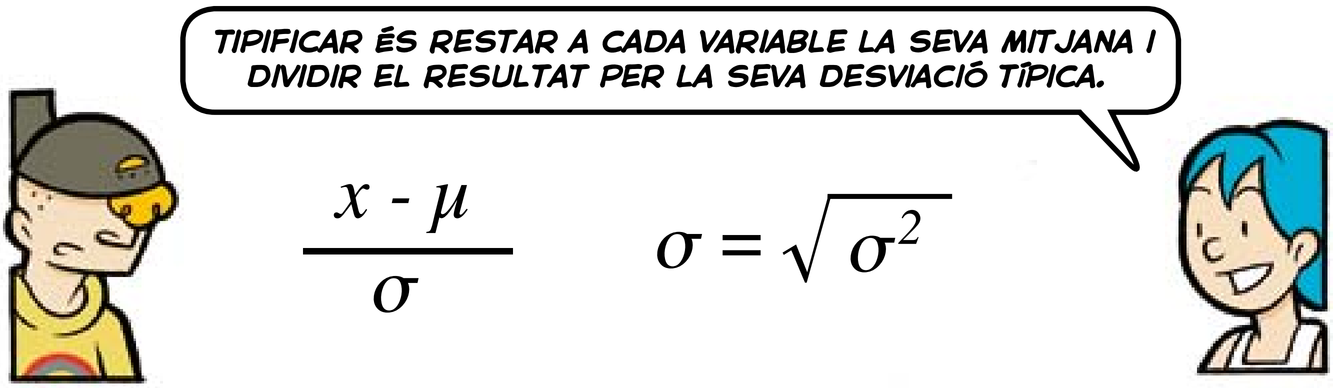


1.- $\binom{4}{1}$ $0'03^1 \times 0'97^3 = 4 \times 0'03^1 \times 0'97^3 = 0'10952076$
2.- $\binom{4}{2}$ $0'03^2 \times 0'97^2 = 4 \times 0'03^2 \times 0'97^2 = 0'00508086$
3.- $\binom{4}{3}$ $0'03^3 \times 0'97^1 = 4 \times 0'03^3 \times 0'97^1 = 0'00010476$
4.- $\binom{4}{4}$ $0'03^4 \times 0'97^0 = 4 \times 0'03^4 \times 0'97^0 = 0'00000081$
0
1
2
3
4
SI ENS HI FIXAM, LA PROBABILITAT DE COMPRAR-NE ZERO DE DEFECTUOSOS EN QUATRE PERNS ÉS:
$\binom{4}{0}$ $0'03^0 \times 0'97^4 = 4 \times 0'03^0 \times 0'97^4 = 0'88529281$
I LA SUMA SERIA:
$0'88529281 + 0'10952076 + 0'00508086 + 0'00010476 + 0'00000081 = 1$
DONCS SÓN TOTES LES OPORTUNITATS POSSIBLES.

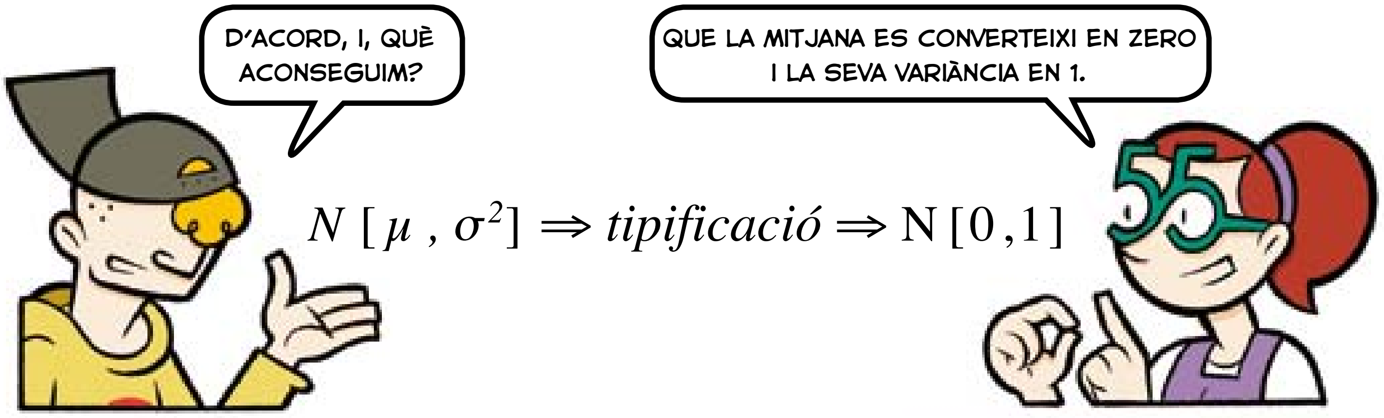

SÍ, PERÒ DE LA MEVA PREGUNTA, QUÈ?
ELS PERNS DEFECTUOSOS QUE "ESPERAM" EN COMPRAR-NE 1.000?
L'ESPERANÇA, O SIGUI, LA MITJANA...
E (x) = np = 1000 x 0'03 = 30 PERNS DEFECTUOSOS
ESTIC ESGOTAT, PER QUÈ NO HO DEIXAM PER A LA SETMANA QUE VE... I A VEURE SI DONAM LA CAMPANADA DE GAUSS XERRANT DE LA DISTRIBUCIÓ NORMAL.
D'ACORD!


AQUÍ DUC EL MEU TREBALLET, AMICS!
Funció de densitat normal N[μ, σ²]
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$
$E[x] = \mu$
$Var[x] = \sigma^2$
AIXÒ TEU BÉ, PASSEM A VEURE EL DE NA GRAFI.
SIMÈTRICA
MESOCÚRTICA
-∞
μ
∞
95% de la població
μ - 1'96σ
μ
μ+1'96σ
90% de la població
μ - 1'645σ
μ
μ+1'645σ


Funció de densitat
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$
Funció de distribució acumulada
$F[x_0]=P[X \le x_0]=\int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx$
LA DARRERA INTEGRAL, PER ARA, LA DEIXAREM; DE TOTA MANERA SABEM ALGUNS VALORS. QUINS SÓN?
LA $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$ ÉS LA SUMA DE TOTES LES PROBABILITATS.
CORRECTE. $\int_{-\infty}^{-\infty} f(x)dx=0$ AIXÍ NO HI HAURIA CAP OPORTUNITAT.
I LA $\int_{-\infty}^{\mu} f(x)dx=\frac{1}{2}$ PERQUÈ ÉS SIMÈTRICA I A MÉS EL MÀXIM (MODA) COINCIDEIX AMB LA MITJANA.
DONCS JO EL QUE SABIA ERA QUE LA MITJANA, MEDIANA I MODA COINCIDEIXEN EN UNA DISTRIBUCIÓ NORMAL I HE FET EL DIBUIX DE LA PÀGINA SEGÜENT.



$$\frac{x - \mu}{\sigma} \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$



$$N\,[\mu\,,\,\sigma^2] \Rightarrow \textit{tipificació} \Rightarrow \mathrm{N}\,[0\,,1]$$

N[0,1]

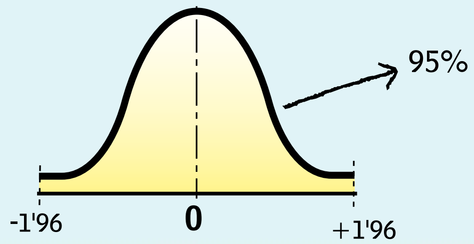
Funció de densitat

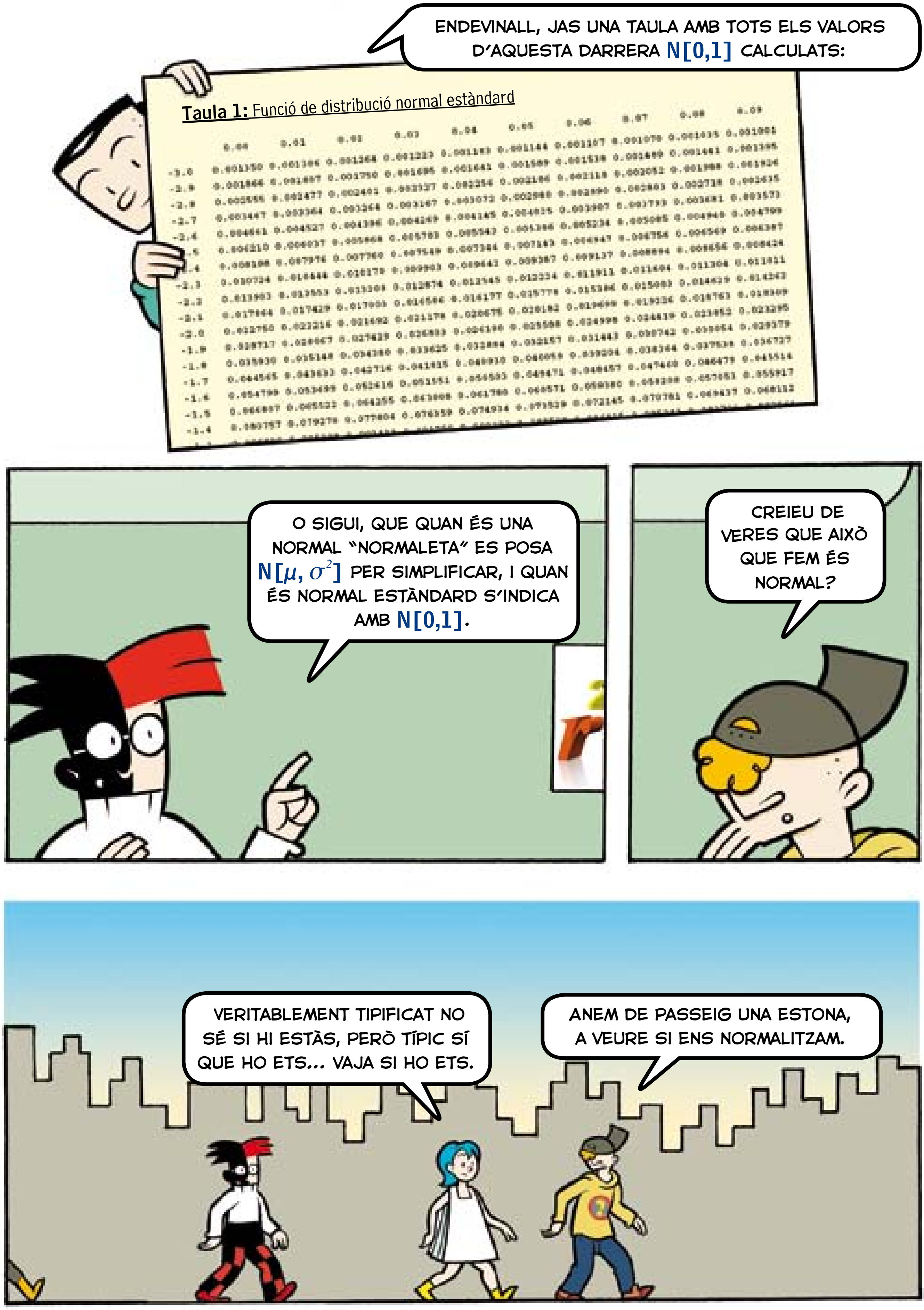
$$f\,(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{x^2}{2}}$$

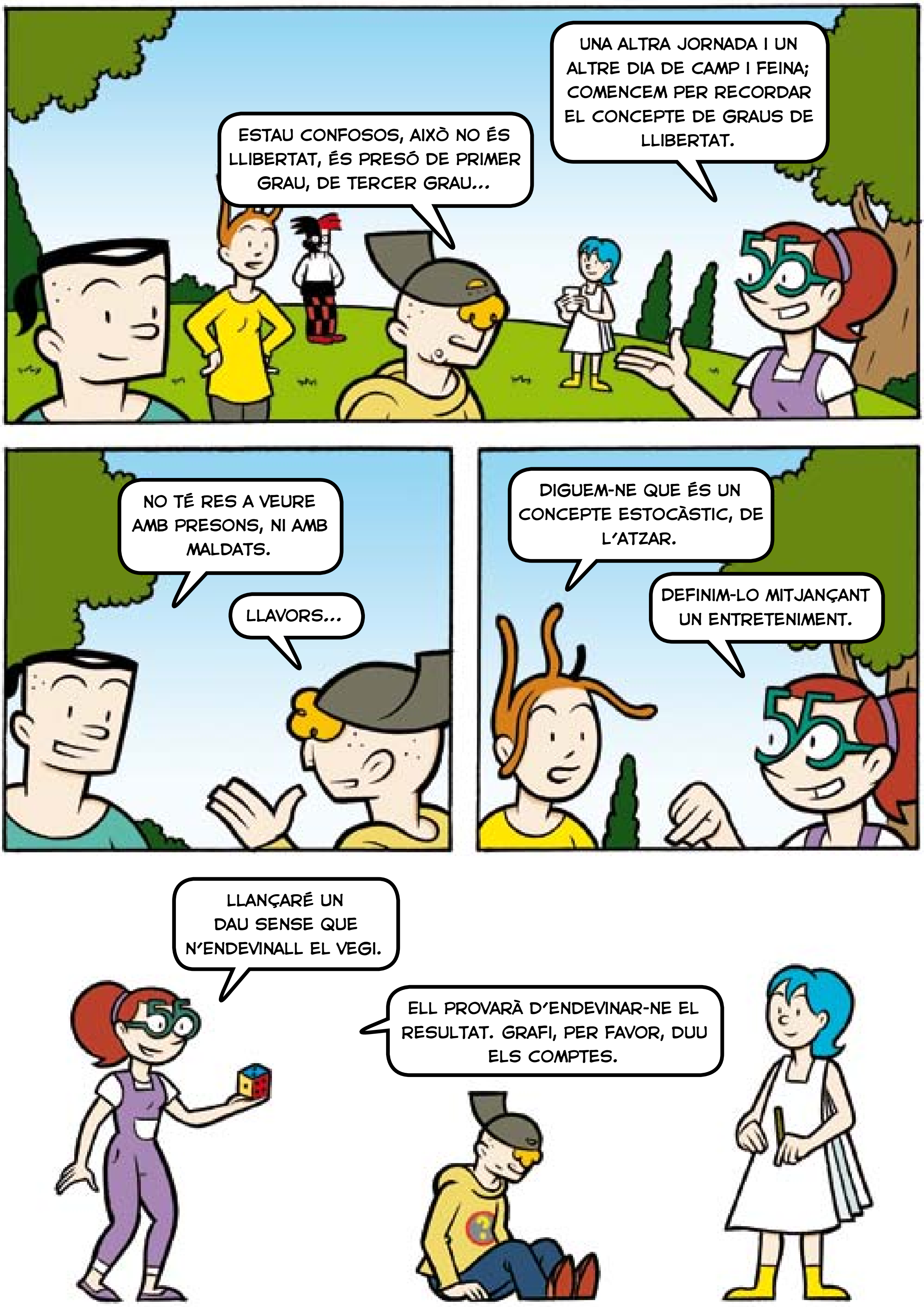
Funció de distribució acumulada

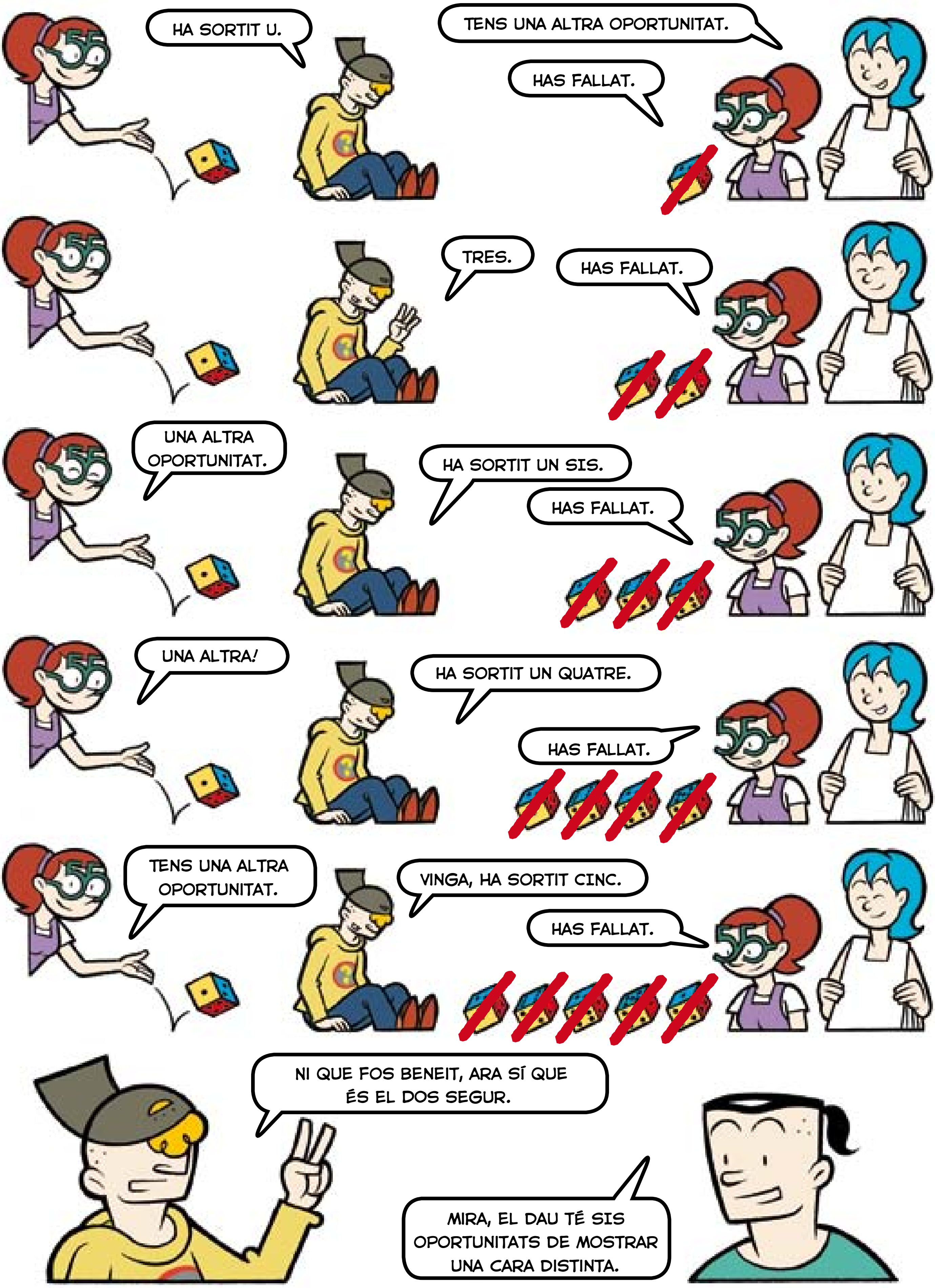
$$F(x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)\,dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x_0} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$

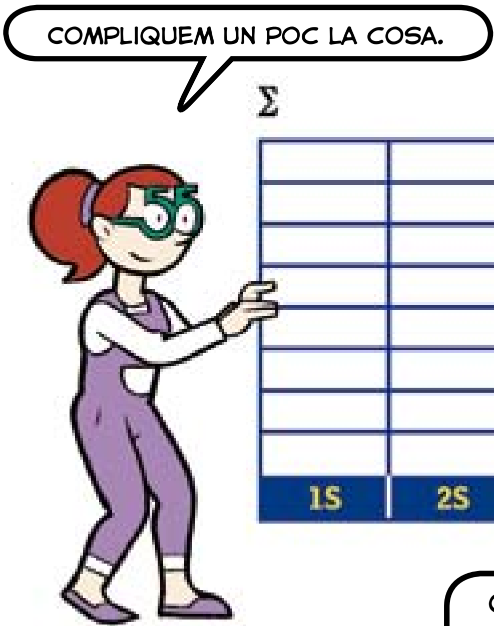
$$E\,[x] = 0 \qquad \sigma^2 = 1 \qquad \sigma = 1$$




ENDEVINALL, JAS UNA TAULA AMB TOTS ELS VALORS D'AQUESTA DARRERA N[0,1] CALCULATS:
Taula 1: Funció de distribució normal estàndard
O SIGUI, QUE QUAN ÉS UNA NORMAL "NORMALETA" ES POSA $N[\mu, \sigma^2]$ PER SIMPLIFICAR, I QUAN ÉS NORMAL ESTÀNDARD S'INDICA AMB N[0,1].
CREIEU DE VERES QUE AIXÒ QUE FEM ÉS NORMAL?
VERITABLEMENT TIPIFICAT NO SÉ SI HI ESTÀS, PERÒ TÍPIC SÍ QUE HO ETS... VAJA SI HO ETS.
ANEM DE PASSEIG UNA ESTONA, A VEURE SI ENS NORMALITZAM.


UNA ALTRA JORNADA I UN ALTRE DIA DE CAMP I FEINA; COMENCEM PER RECORDAR EL CONCEPTE DE GRAUS DE LLIBERTAT.
ESTAU CONFOSOS, AIXÒ NO ÉS LLIBERTAT, ÉS PRESÓ DE PRIMER GRAU, DE TERCER GRAU...
NO TÉ RES A VEURE AMB PRESONS, NI AMB MALDATS.
LLAVORS...
DIGUEM-NE QUE ÉS UN CONCEPTE ESTOCÀSTIC, DE L'ATZAR.
DEFINIM-LO MITJANÇANT UN ENTRETENIMENT.
LLANÇARÉ UN DAU SENSE QUE N'ENDEVINALL EL VEGI.
ELL PROVARÀ D'ENDEVINAR-NE EL RESULTAT. GRAFI, PER FAVOR, DUU ELS COMPTES.

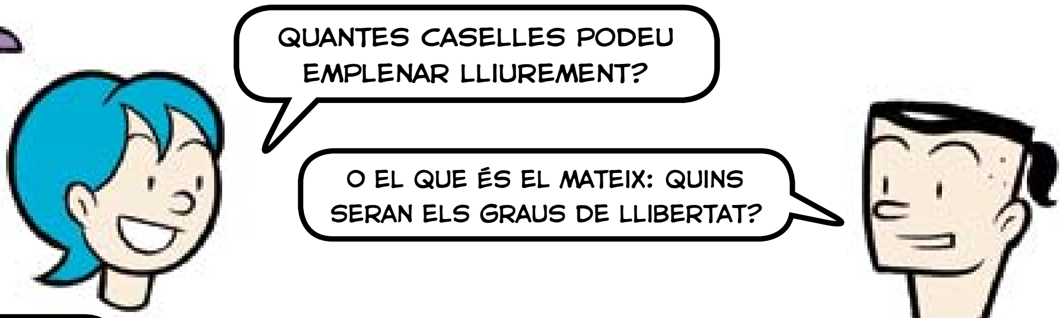

HA SORTIT U.
TENS UNA ALTRA OPORTUNITAT.
HAS FALLAT.
TRES.
HAS FALLAT.
UNA ALTRA OPORTUNITAT.
HA SORTIT UN SIS.
HAS FALLAT.
UNA ALTRA!
HA SORTIT UN QUATRE.
HAS FALLAT.
TENS UNA ALTRA OPORTUNITAT.
VINGA, HA SORTIT CINC.
HAS FALLAT.
NI QUE FOS BENEIT, ARA SÍ QUE ÉS EL DOS SEGUR.
MIRA, EL DAU TÉ SIS OPORTUNITATS DE MOSTRAR UNA CARA DISTINTA.



Σ

					S1
					S2
					S3
					S4
					S5
					S6
					S7
					S8
1S	2S	3S	4S	5S	

CAL EMPLENAR LES CASELLES AMB NOMBRES QUALSSEVOL, AMB LA CONDICIÓ QUE SUMIN ELS TOTALS JA DEFINITS, TANT EN FILES COM EN COLUMNES (ELS NOMBRES PODEN ÉSSER NEGATIUS).

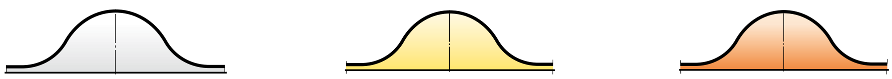


2	12	3	11		40
10					S2
7					S3
5					S4
5					S5
18					S6
4					S7
					S8
52	2S	3S	4S	5S	


AIXÒ M'AGRADA; EN L'HORITZONTAL ÉS FORÇÓS POSAR-HI 12 I EN LA VERTICAL, 3.
S1
S2
S3
S4
S5
S6
S7
S8
1S
2S
3S
4S
5S
PODRIA EMPLENAR TOTS ELS QUADRES DE COLOR, MENTRE QUE ELS QUADRES "EN BLANC" VÉNEN FORÇATS.
ÉS A DIR, TINDRÍEM
4 x 7 = 28 graus de llibertat
ARA! ARA SÍ... O SIGUI: GRAUS DE LLIBERTAT:
[NOMBRE COLUMNES – 1] x [NOMBRE FILES – 1]
PER AQUÍ HE VIST QUE HI HA UNA DISTRIBUCIÓ QUE ES DIU... NO SÉ QUÈ D'EN... Pearson.

1r) **Prendrem un cert nombre de distribucions normals estàndards.**

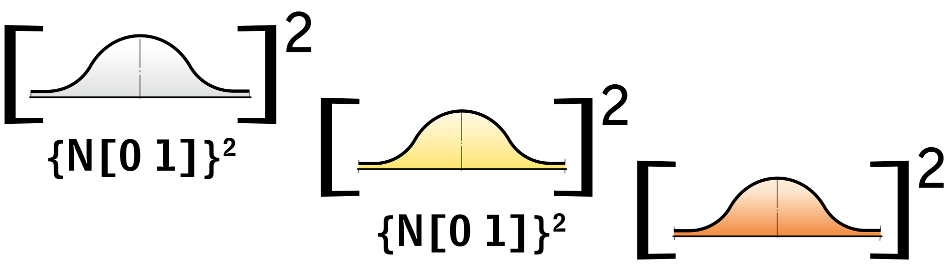
N[0 1] N[0 1] N[0 1]



2n) **Triarem les que siguin independents entre si.**

a) Pot ser només una.
b) Podrien ser de la forma N(μ 1) però nosaltres sempre donarem per suposat que són estàndards, per simplificar-ne l'estudi.

3r) **Les elevam al quadrat:**

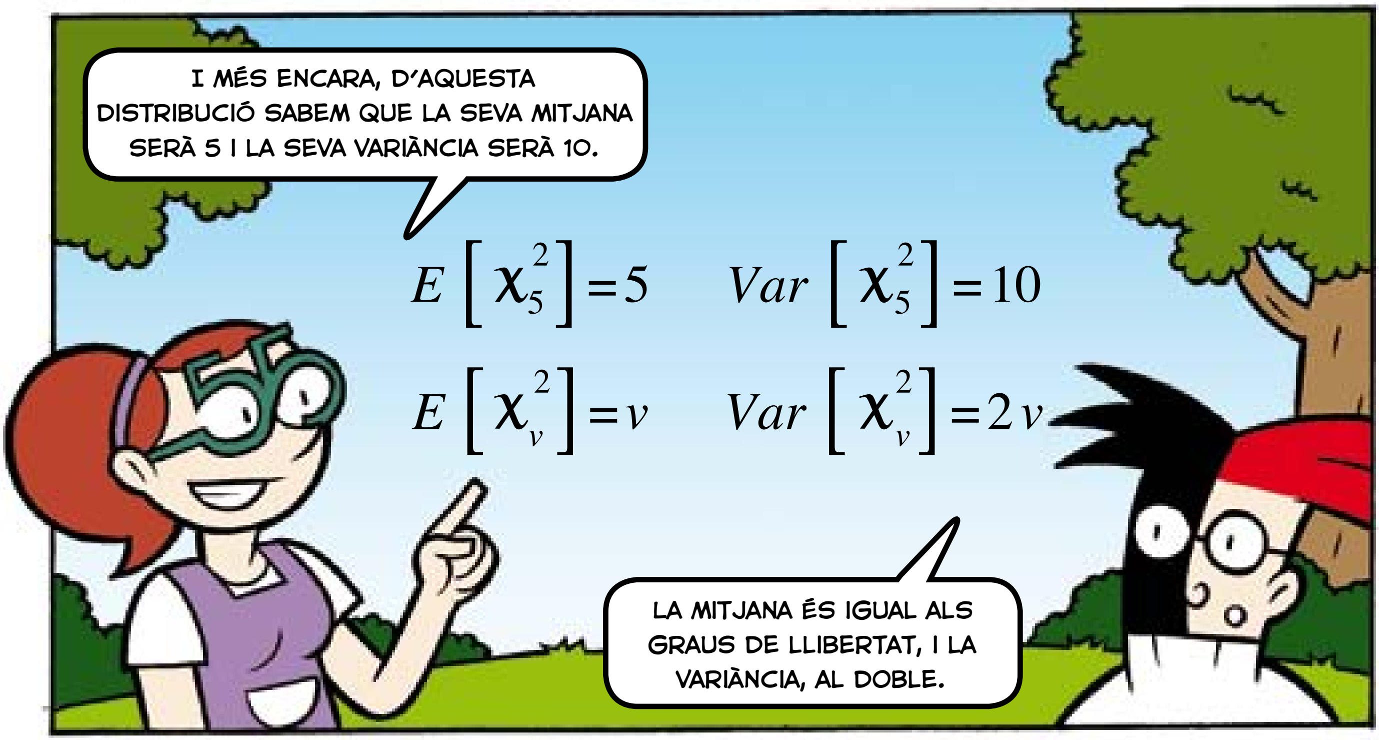


{N[0 1]}^{2} {N[0 1]}^{2} {N[0 1]}^{2}

4t) Les sumam.

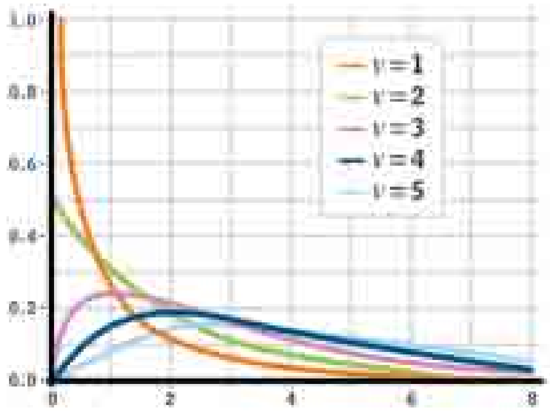
$$\sum_{i=1}^{v}[NID_i(01)]^2=\chi^2_v$$

NID: Normals independentment distribuïdes.

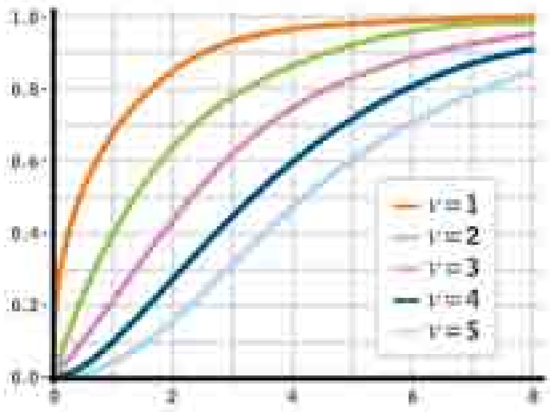


- **Funció de densitat de la χ_v^2**

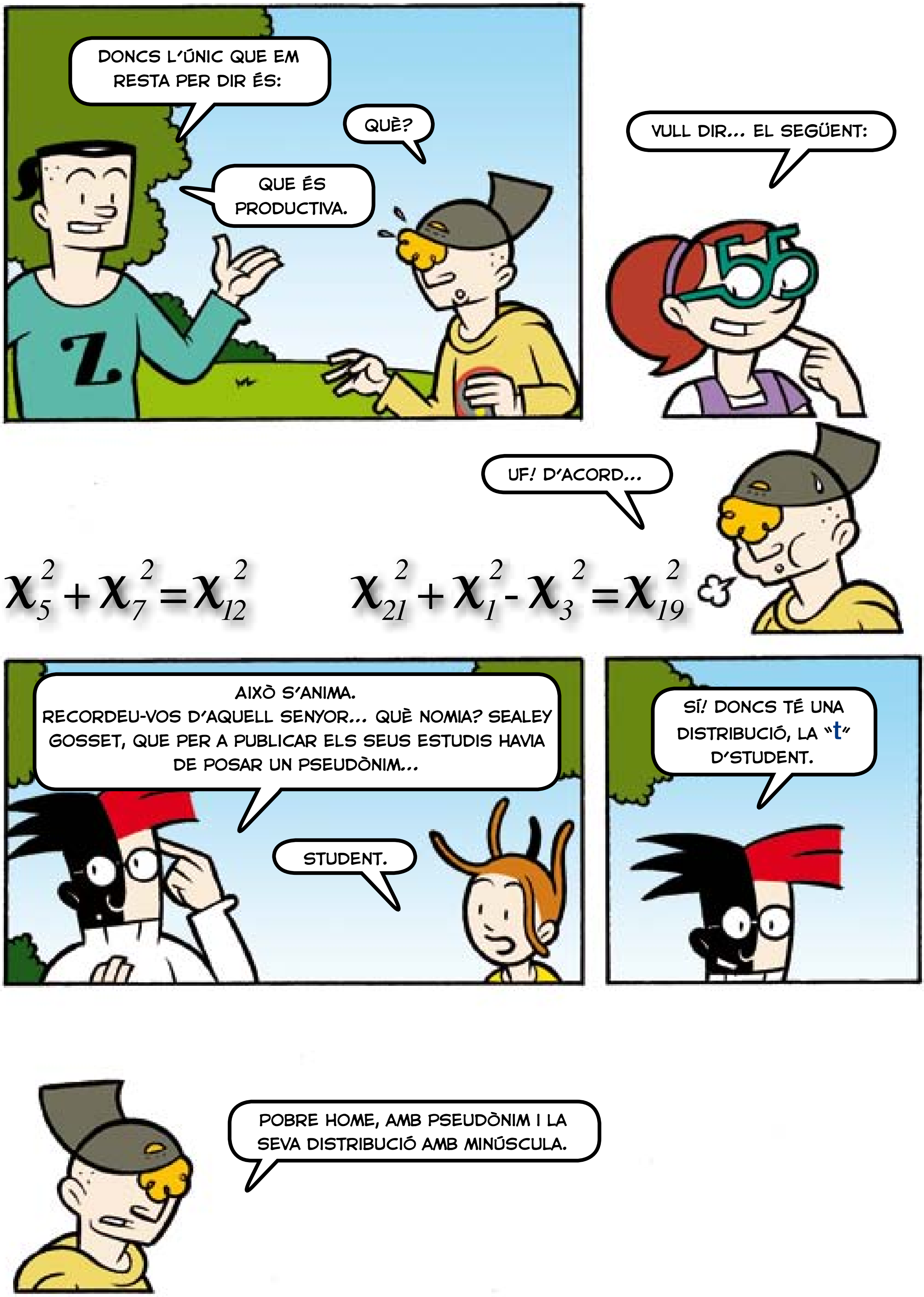
Sempre positius

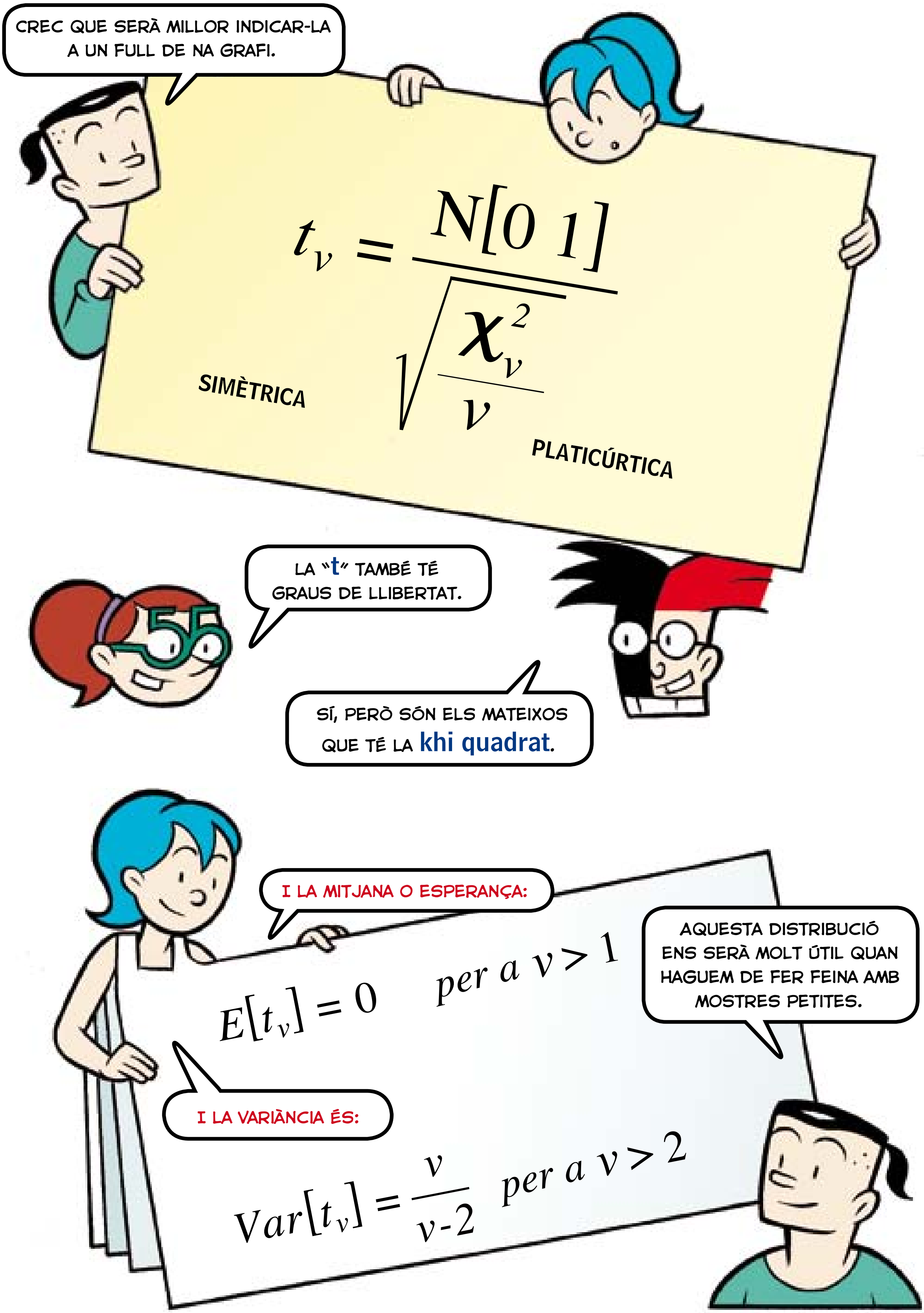


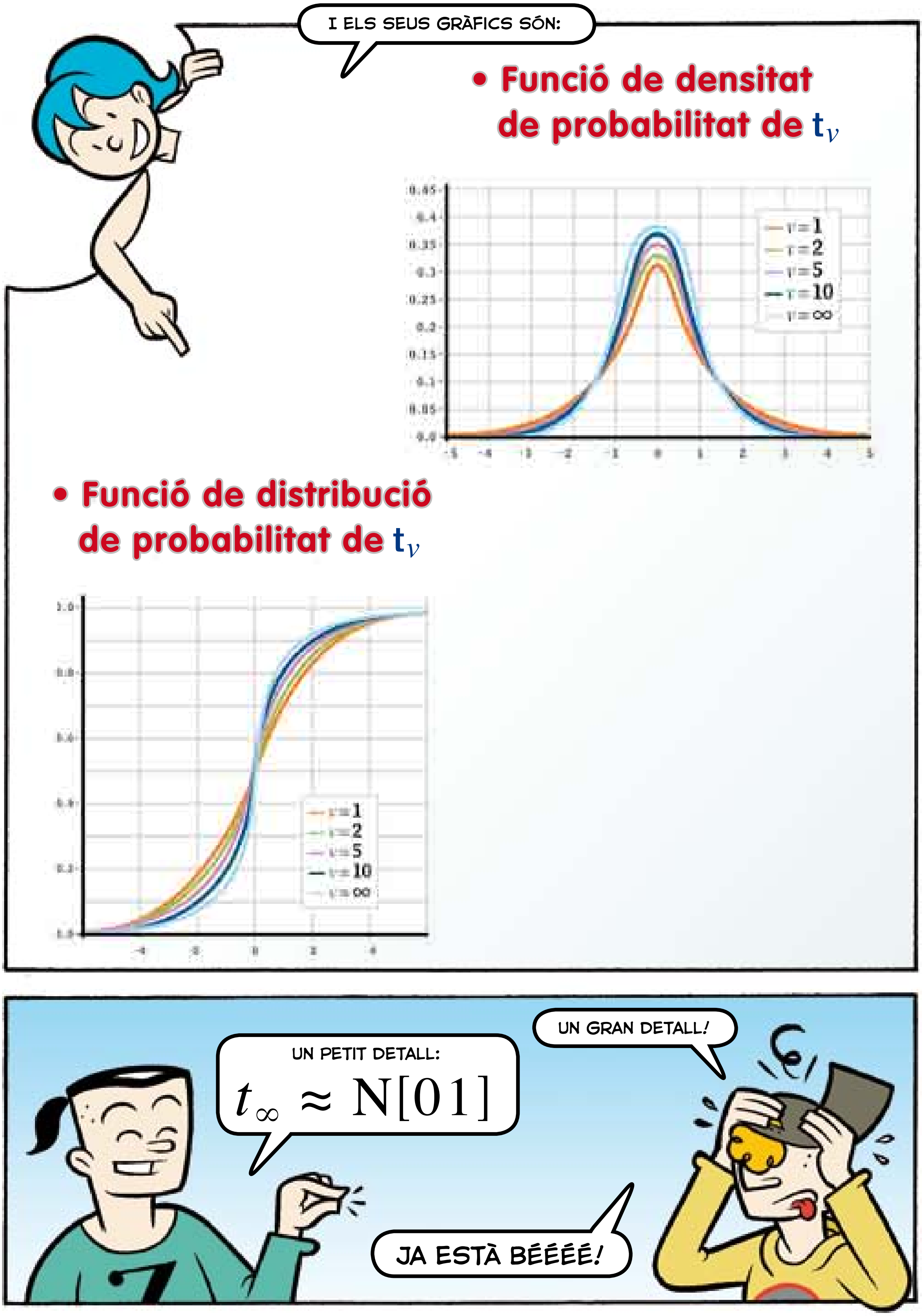
- **Funció de distribució de la χ_v^2**



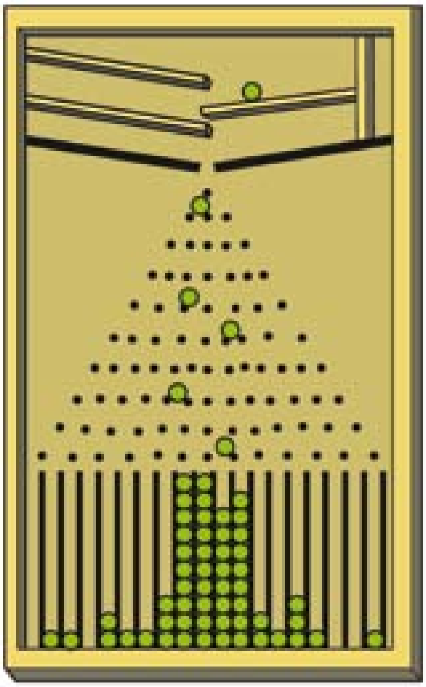
Les representacions són distintes segons els graus de llibertat.


DONCS L'ÚNIC QUE EM RESTA PER DIR ÉS:
QUÈ?
QUE ÉS PRODUCTIVA.
VULL DIR... EL SEGÜENT:
UF! D'ACORD...
$X_5^2 + X_7^2 = X_{12}^2$
$X_{21}^2 + X_1^2 - X_3^2 = X_{19}^2$
AIXÒ S'ANIMA. RECORDEU-VOS D'AQUELL SENYOR... QUÈ NOMIA? SEALEY GOSSET, QUE PER A PUBLICAR ELS SEUS ESTUDIS HAVIA DE POSAR UN PSEUDÒNIM...
STUDENT.
SÍ! DONCS TÉ UNA DISTRIBUCIÓ, LA "t" D'STUDENT.
POBRE HOME, AMB PSEUDÒNIM I LA SEVA DISTRIBUCIÓ AMB MINÚSCULA.


CREC QUE SERÀ MILLOR INDICAR-LA A UN FULL DE NA GRAFI.
$t_v = \frac{N[0\ 1]}{\sqrt{\frac{\chi_v^2}{v}}}$
SIMÈTRICA
PLATICÚRTICA
LA "t" TAMBÉ TÉ GRAUS DE LLIBERTAT.
SÍ, PERÒ SÓN ELS MATEIXOS QUE TÉ LA khi quadrat.
I LA MITJANA O ESPERANÇA:
$E[t_v] = 0 \quad per\ a\ v > 1$
AQUESTA DISTRIBUCIÓ ENS SERÀ MOLT ÚTIL QUAN HAGUEM DE FER FEINA AMB MOSTRES PETITES.
I LA VARIÀNCIA ÉS:
$Var[t_v] = \frac{v}{v-2} \quad per\ a\ v > 2$


I ELS SEUS GRÀFICS SÓN:
• Funció de densitat de probabilitat de t_ν
$\nu=1$ $\nu=2$ $\nu=5$ $\nu=10$ $\nu=\infty$
• Funció de distribució de probabilitat de t_ν
$\nu=1$ $\nu=2$ $\nu=5$ $\nu=10$ $\nu=\infty$
UN PETIT DETALL:
$t_\infty \approx N[01]$
UN GRAN DETALL!
JA ESTÀ BÉÉÉÉ!

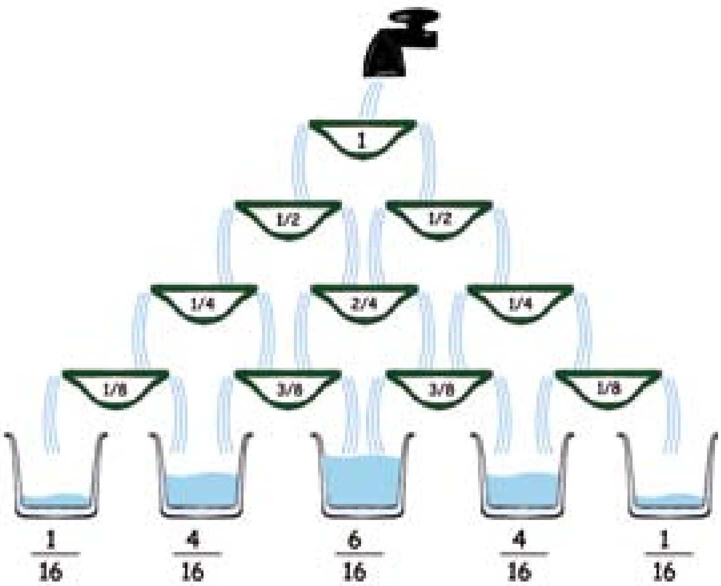
Màquina de Galton



Caixa amb artefacte perquè vagin caient les boletes, que aniran xocant aleatòriament amb uns claus situats com es veu a la figura, per al final caure sobre l'encasellat de la base.

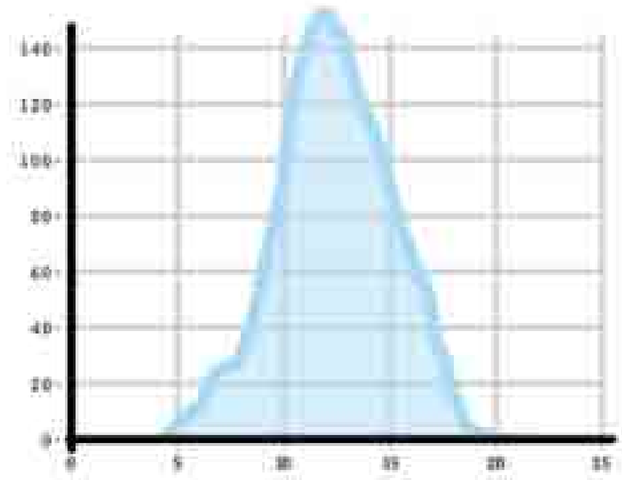
Les boletes, en xocar amb els perns, tenen la mateixa probabilitat d'anar a la dreta que a l'esquerra.

Recordem una experiència realitzada en el primer tom.

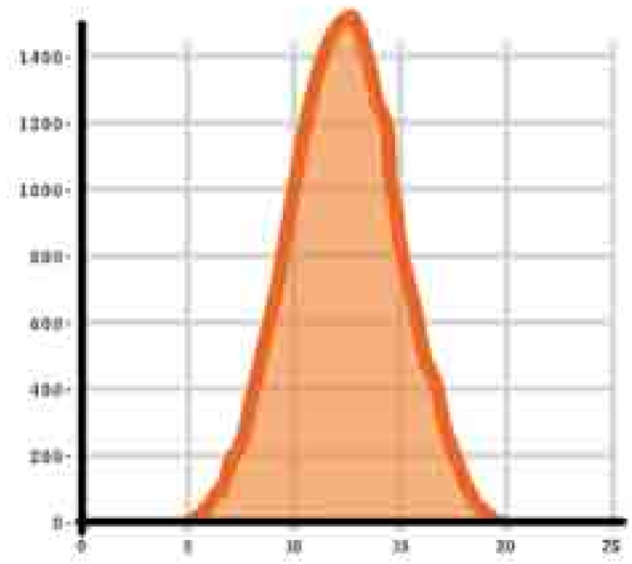


Tindrem com a resultat, quan el nombre de boletes sigui prou gran, una col·locació sobre els casellers que s'apropara a la forma de la distribució normal.

1.000 boletes



100.000 boletes



infinites boletes

Capítol 3

PAFNUTI CHEBYSHEV

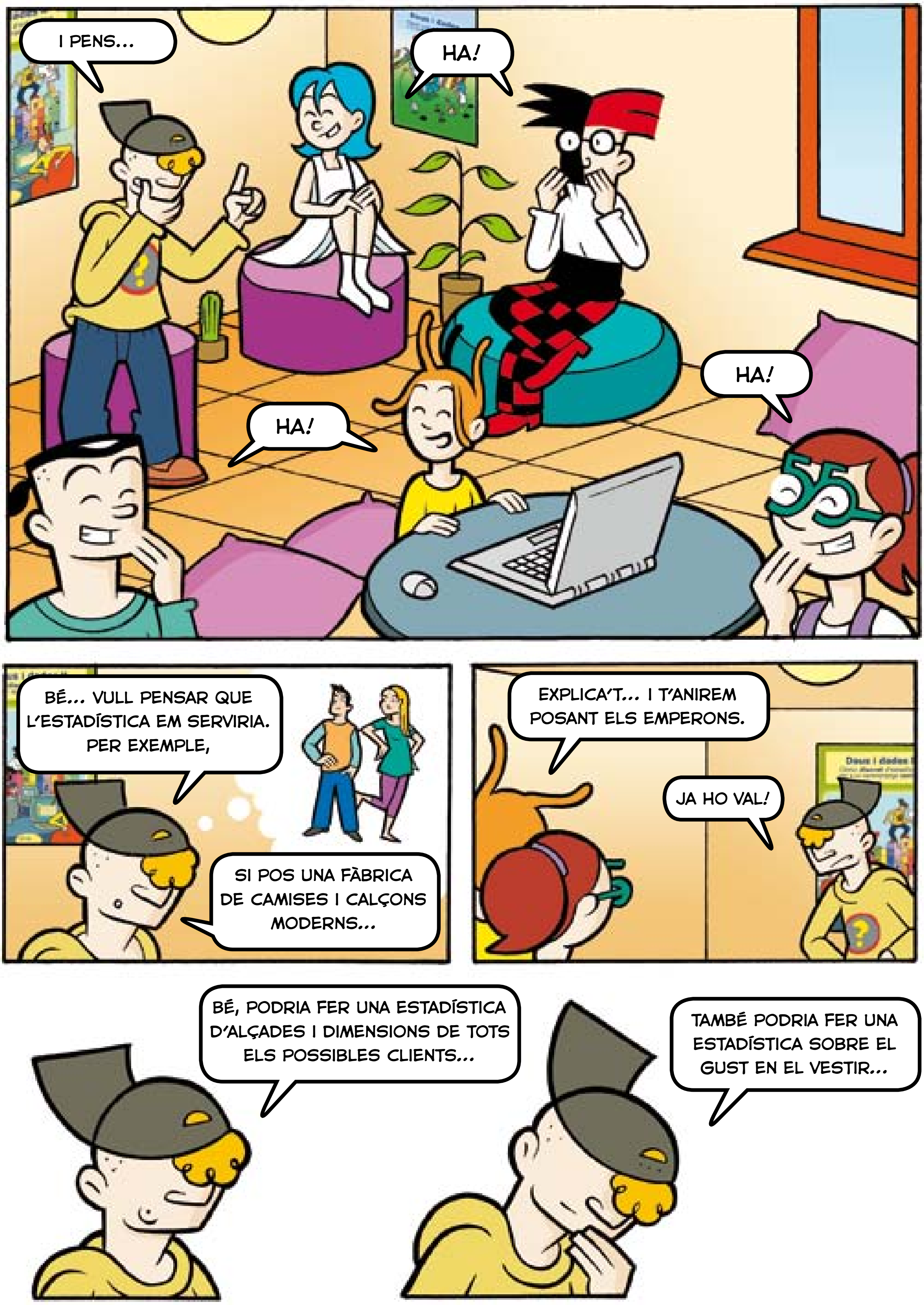
1821 - 1894

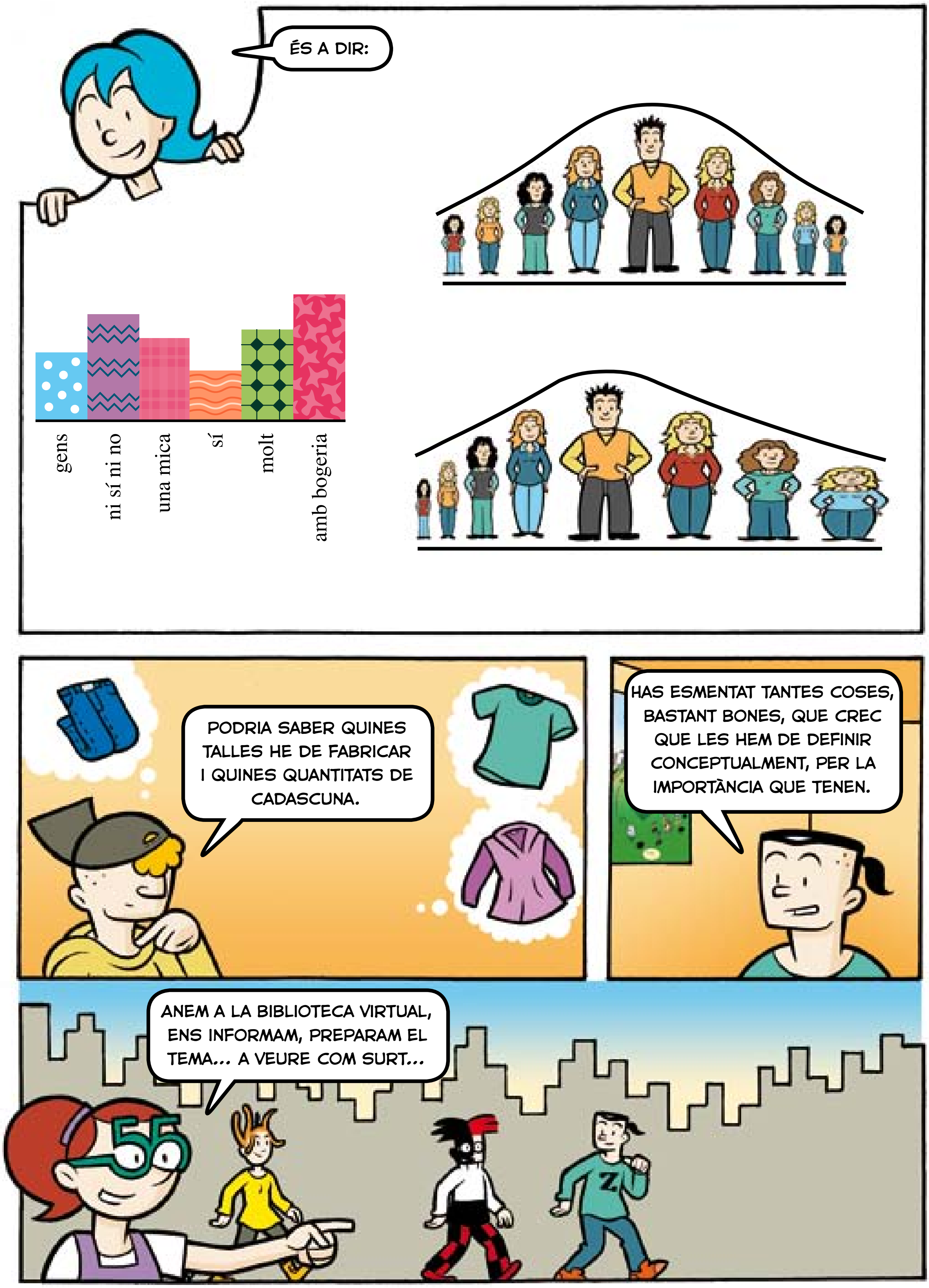
Matemàtic rus també conegut com Tchebychew, Chebychev o Cebisev.
Va defensar la tesi *Un intent d'anàlisi elemental de la teoria probabilística*.
Va rebre la medalla de plata pel treball *Càlcul de les arrels de les equacions*.
La dissertació de la integració amb ajuda d'algoritmes, el va fer aconseguir la plaça de professor titular a la Universitat de Sant Petersburg.
Però és més conegut entre els estudiants d'estadística, principalment, per la seva Desigualtat de Chebyshev.

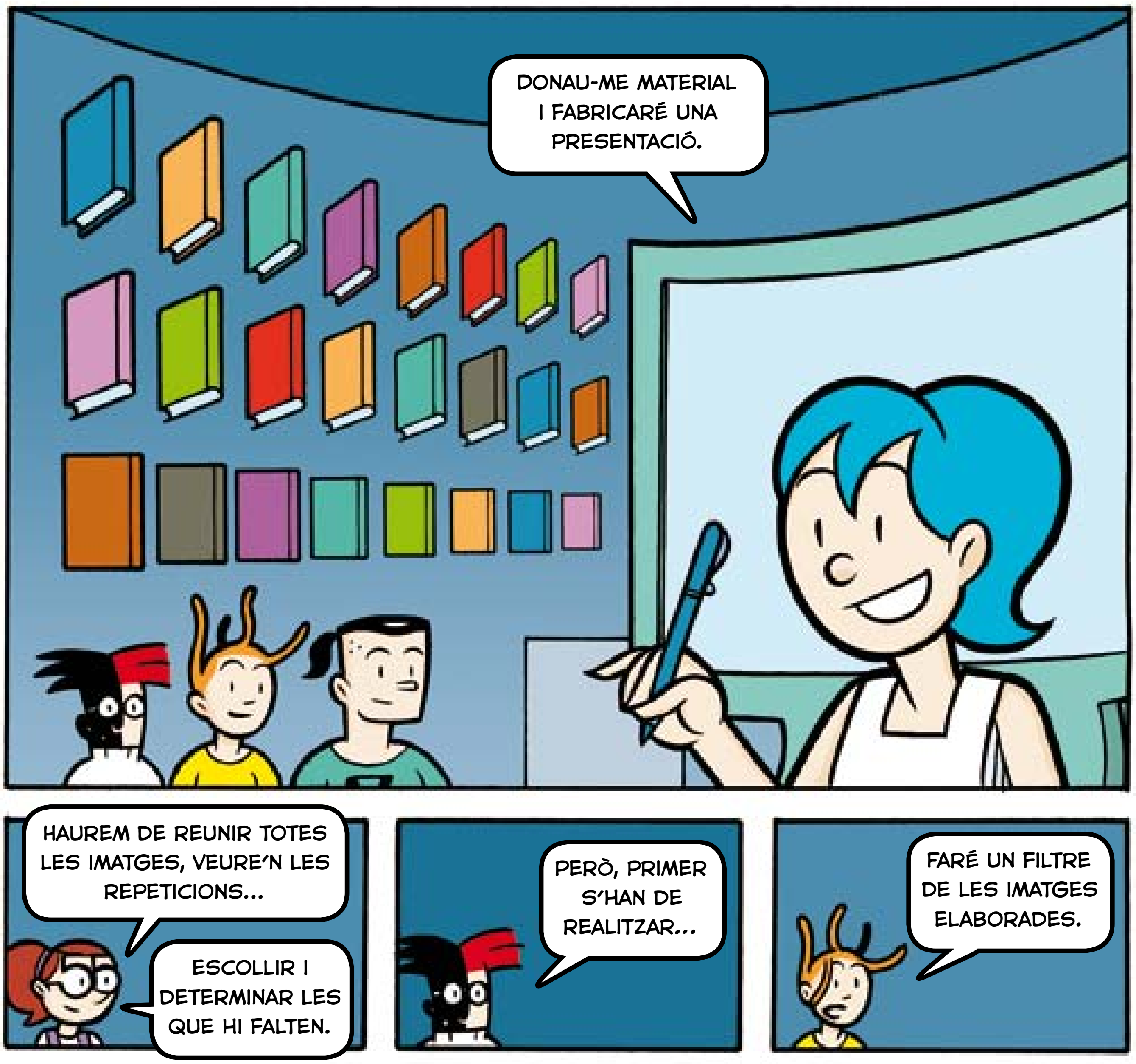
Que en un cas pràctic seria:

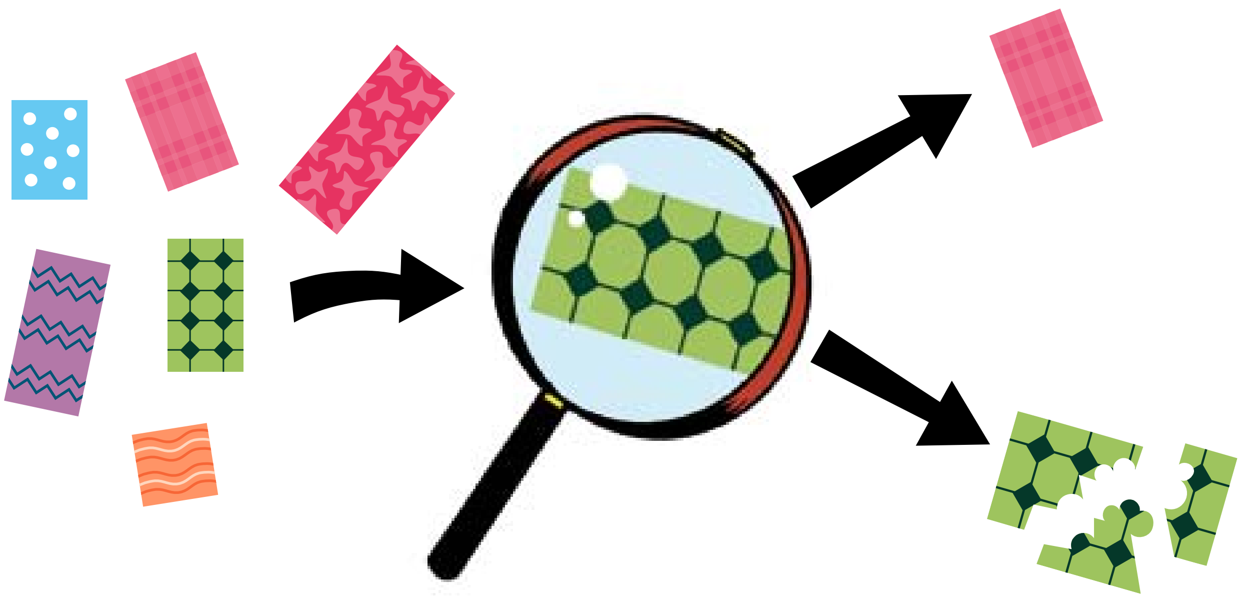
$$\mathrm{P}\left[\left|x - E\left[x\right]\right| \geq k\sigma\right] \leq \frac{1}{k^2}$$

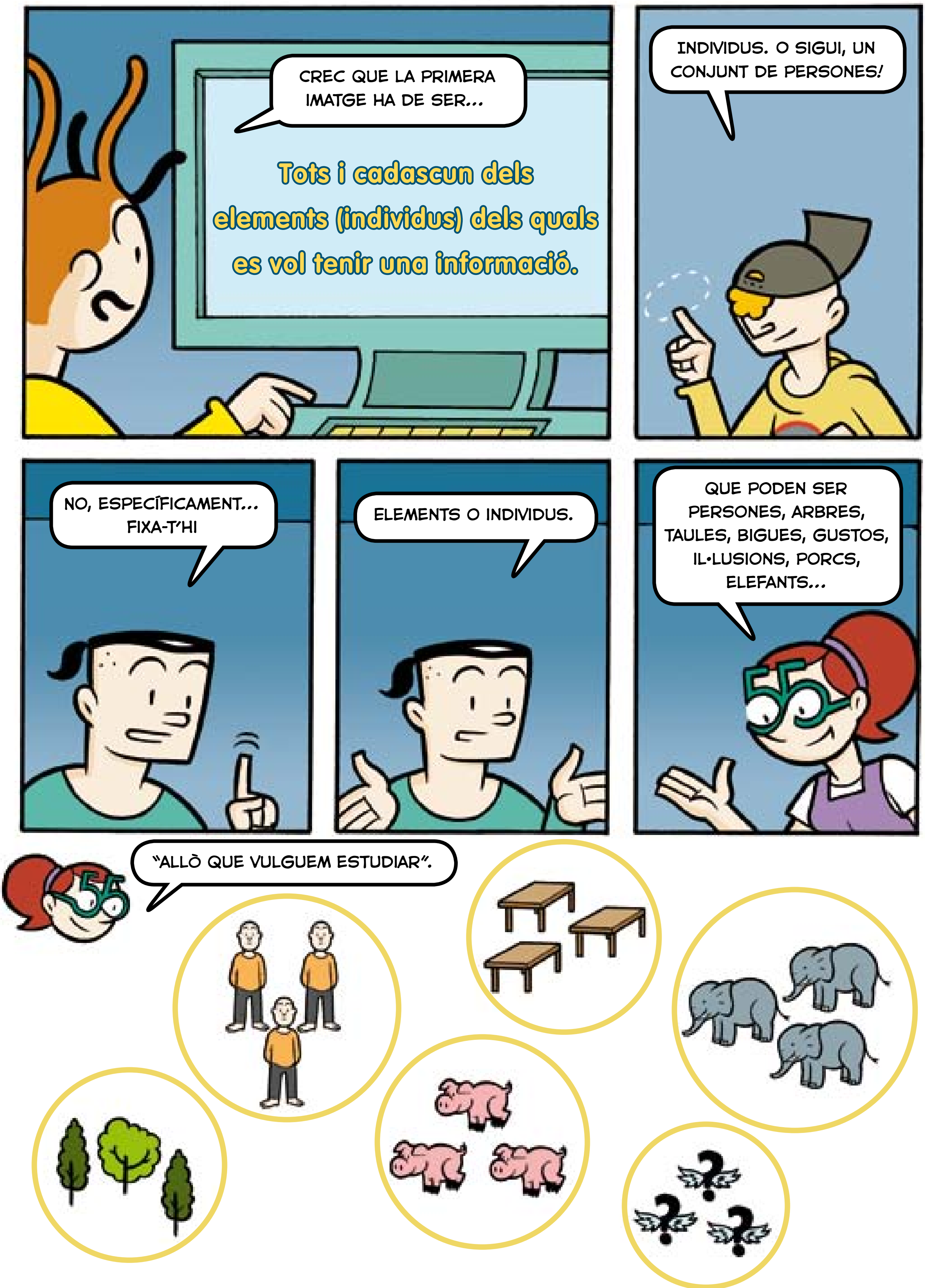
"La probabilitat d'un element per a qualsevol distribució estadística de trobar-se entre la mitjana i menys dues desviacions típiques, i la mitjana més dues desviacions típiques és major que el 75%".


I PENS...
HA!
HA!
HA!
HA!
BÉ... VULL PENSAR QUE L'ESTADÍSTICA EM SERVIRIA. PER EXEMPLE,
SI POS UNA FÀBRICA DE CAMISES I CALÇONS MODERNS...
EXPLICA'T... I T'ANIREM POSANT ELS EMPERONS.
JA HO VAL!
BÉ, PODRIA FER UNA ESTADÍSTICA D'ALÇADES I DIMENSIONS DE TOTS ELS POSSIBLES CLIENTS...
TAMBÉ PODRIA FER UNA ESTADÍSTICA SOBRE EL GUST EN EL VESTIR...

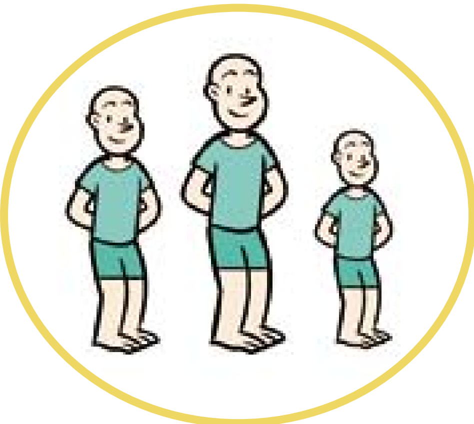

ÉS A DIR:
gens
ni sí ni no
una mica
sí
molt
amb bogeria
PODRIA SABER QUINES TALLES HE DE FABRICAR I QUINES QUANTITATS DE CADASCUNA.
HAS ESMENTAT TANTES COSES, BASTANT BONES, QUE CREC QUE LES HEM DE DEFINIR CONCEPTUALMENT, PER LA IMPORTÀNCIA QUE TENEN.
ANEM A LA BIBLIOTECA VIRTUAL, ENS INFORMAM, PREPARAM EL TEMA... A VEURE COM SURT...
55


DONAU-ME MATERIAL I FABRICARÉ UNA PRESENTACIÓ.
HAUREM DE REUNIR TOTES LES IMATGES, VEURE'N LES REPETICIONS...
ESCOLLIR I DETERMINAR LES QUE HI FALTEN.
PERÒ, PRIMER S'HAN DE REALITZAR...
FARÉ UN FILTRE DE LES IMATGES ELABORADES.



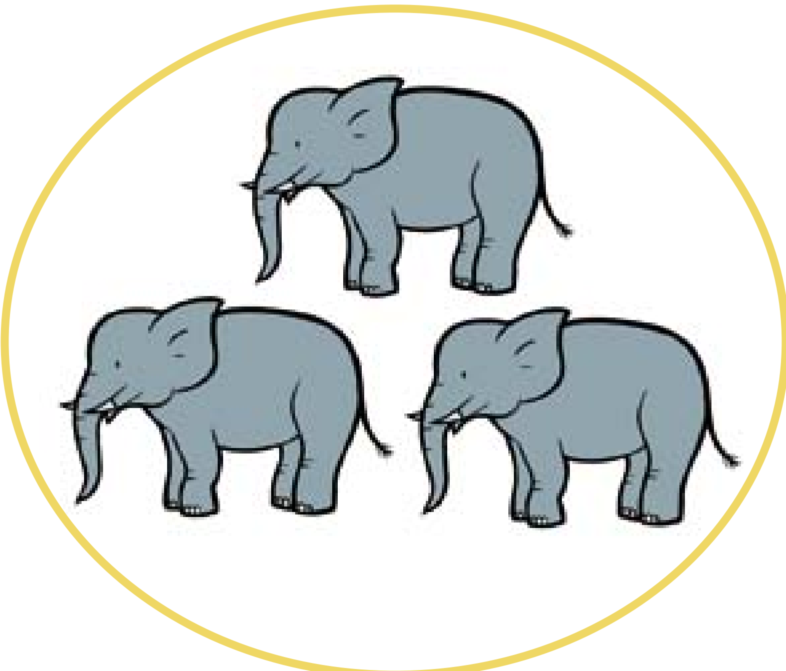

CREC QUE LA PRIMERA IMATGE HA DE SER...
Tots i cadascun dels elements (individus) dels quals es vol tenir una informació.
INDIVIDUS. O SIGUI, UN CONJUNT DE PERSONES!
NO, ESPECÍFICAMENT... FIXA-T'HI
ELEMENTS O INDIVIDUS.
QUE PODEN SER PERSONES, ARBRES, TAULES, BIGUES, GUSTOS, IL·LUSIONS, PORCS, ELEFANTS...
"ALLÒ QUE VULGUEM ESTUDIAR".

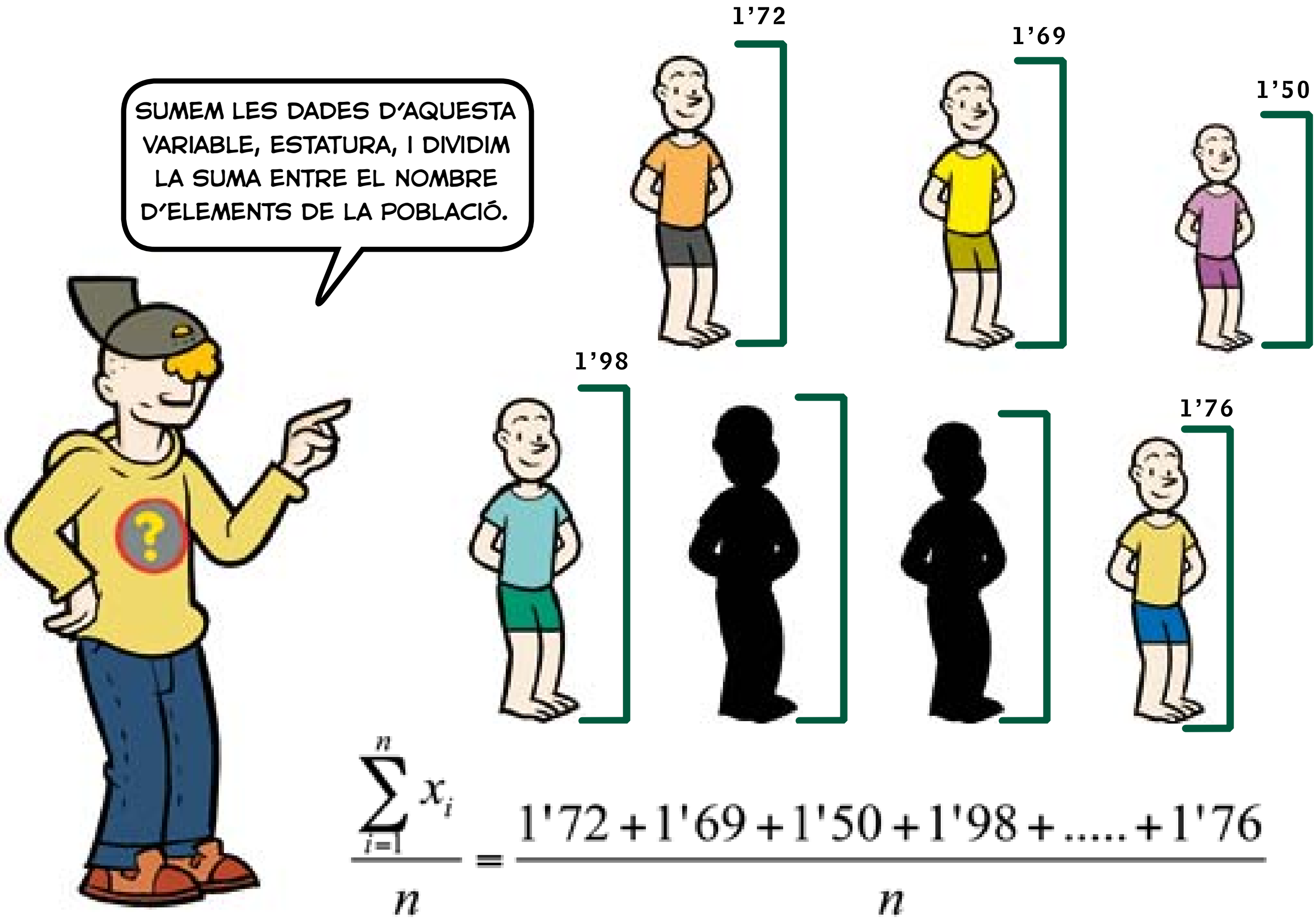
Estatura (Quantitativa)



Elegància (Qualitativa)

Pes (Quantitativa)



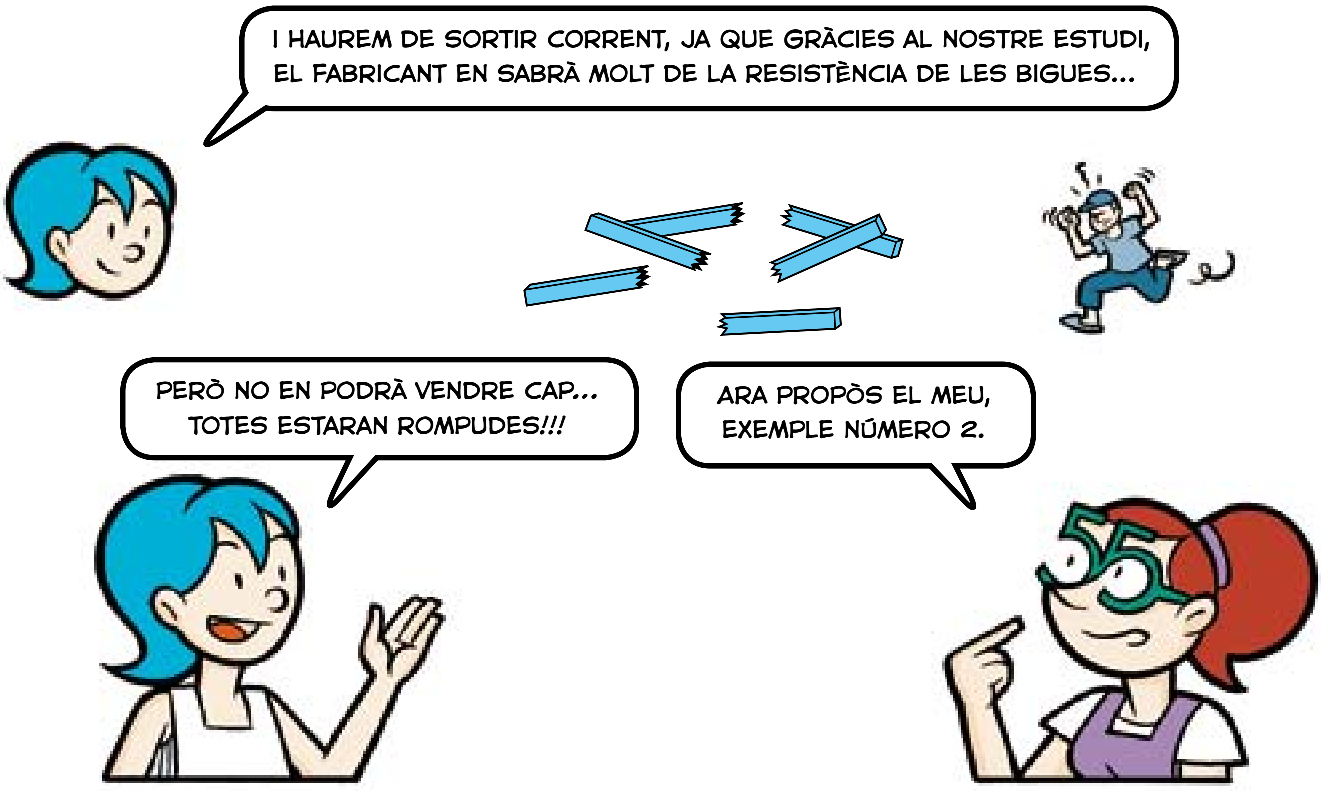


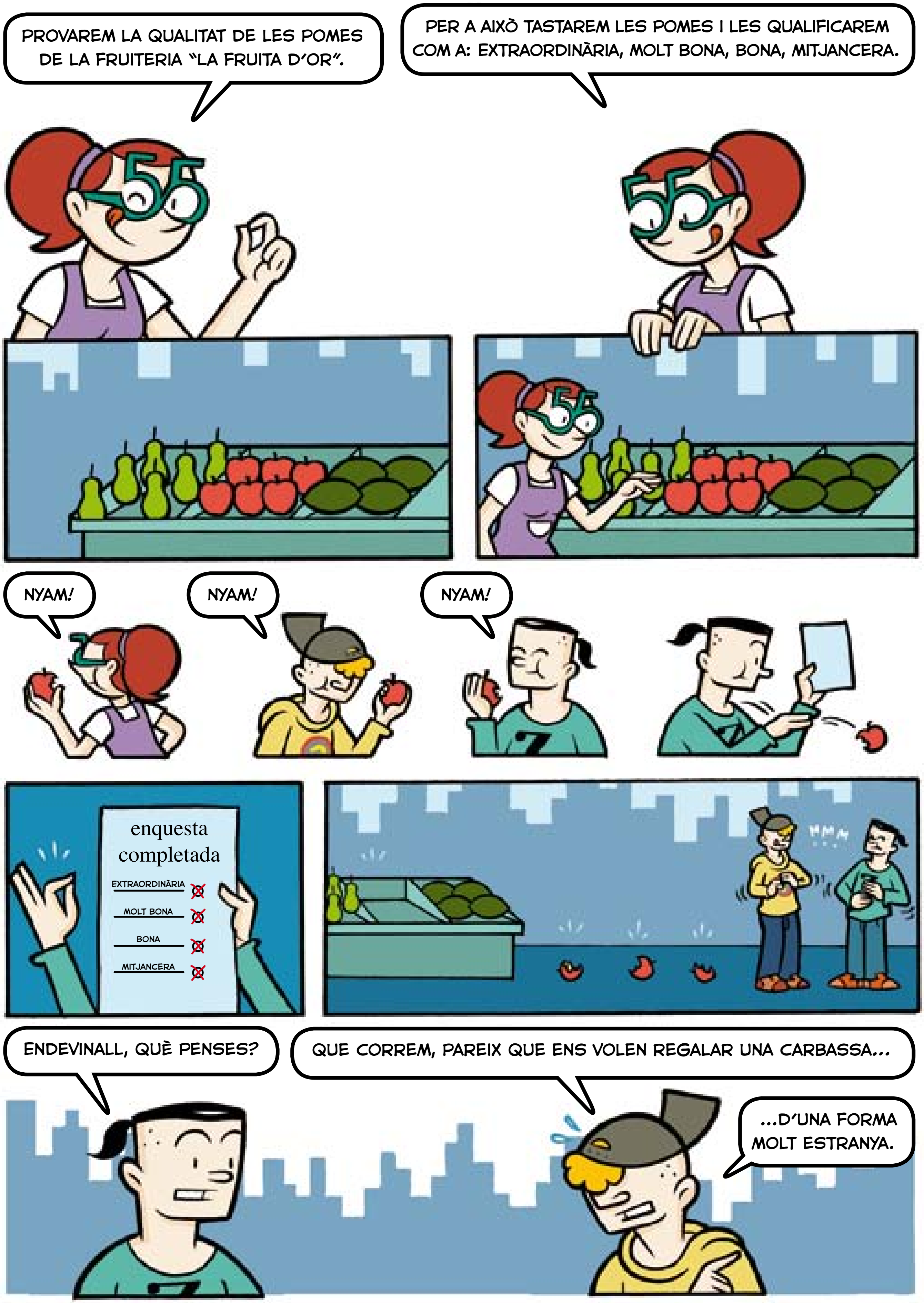
$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1'72+1'69+1'50+1'98+.....+1'76}{n}$$

A VEURE, POSEM PESOS FINS QUE LA BIGA ES ROMPI I AIXÍ SABREM QUANT DE PES RESISTEIX.

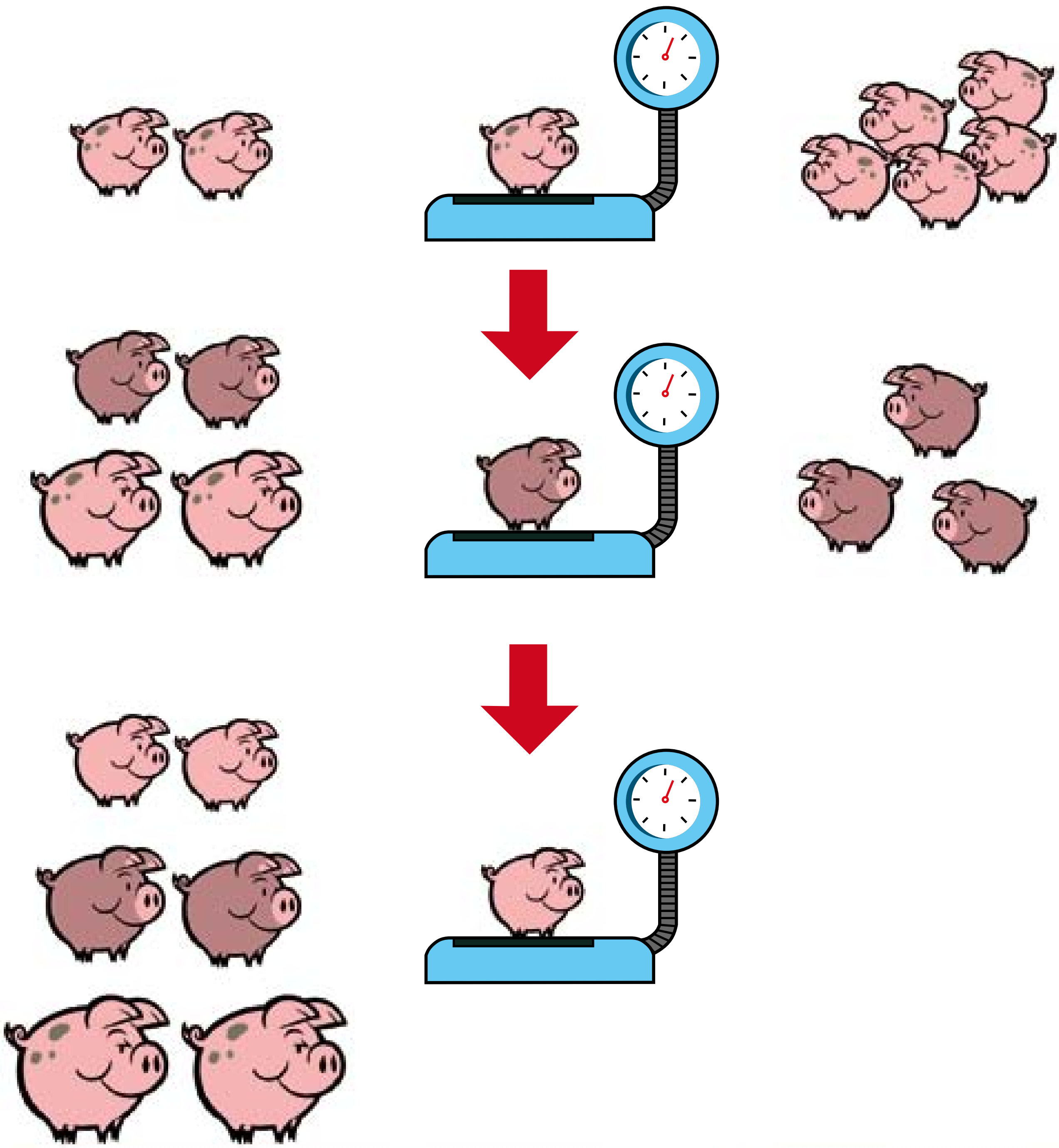
EN EL MOMENT QUE ES ROMPI, APUNTAM EL PES QUE HI HEM COL·LOCAT, I AQUEST SERÀ LA RESISTÈNCIA.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{532kg + 612kg + 586kg + 601kg + \ldots\ldots + 599\,kg}{100.000}$$



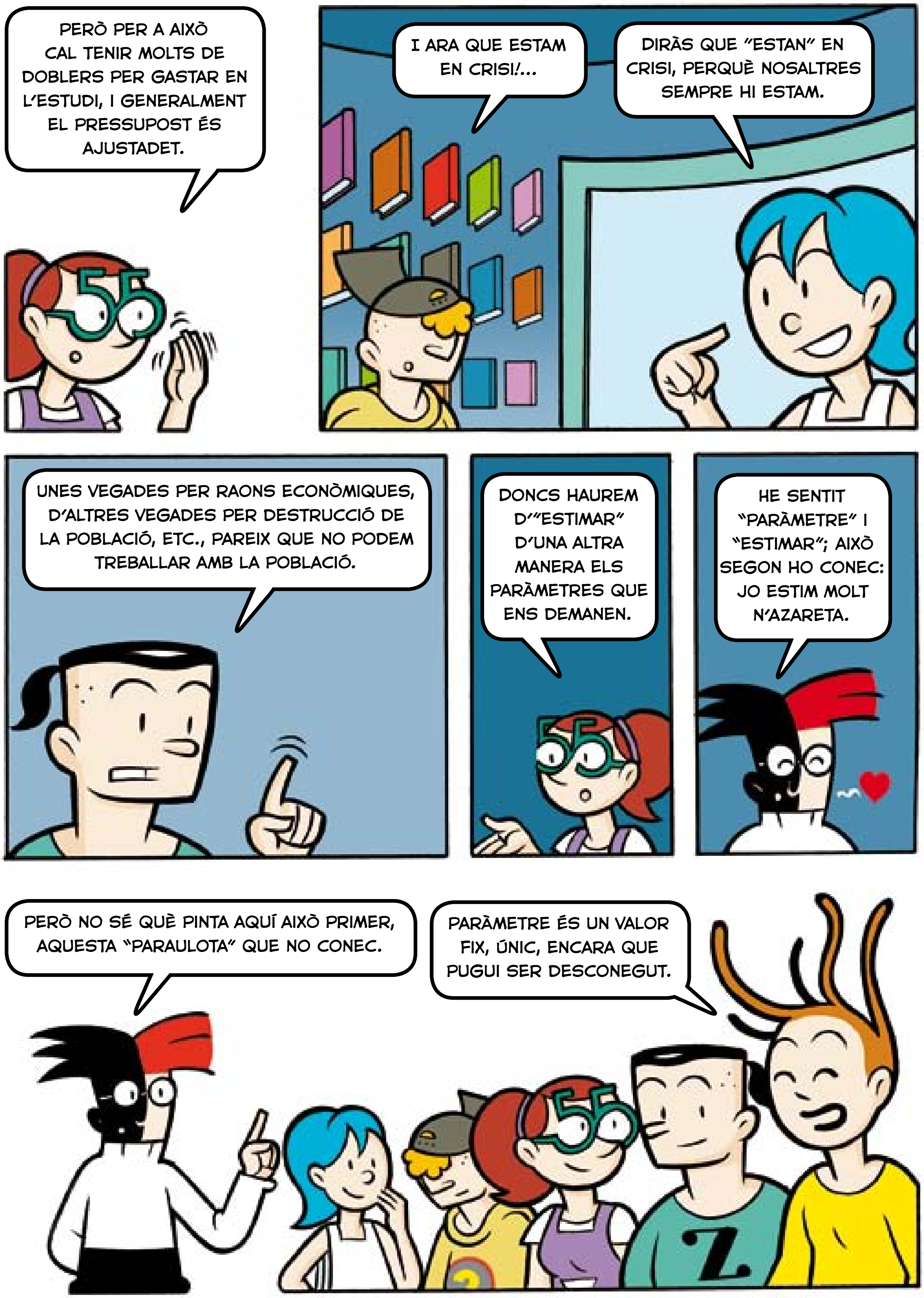

PROVAREM LA QUALITAT DE LES POMES DE LA FRUITERIA "LA FRUITA D'OR".
PER A AIXÒ TASTAREM LES POMES I LES QUALIFICAREM COM A: EXTRAORDINÀRIA, MOLT BONA, BONA, MITJANCERA.
NYAM!
NYAM!
NYAM!
enquesta completada
EXTRAORDINÀRIA
MOLT BONA
BONA
MITJANCERA
ENDEVINALL, QUÈ PENSES?
QUE CORREM, PAREIX QUE ENS VOLEN REGALAR UNA CARBASSA...
...D'UNA FORMA MOLT ESTRANYA.

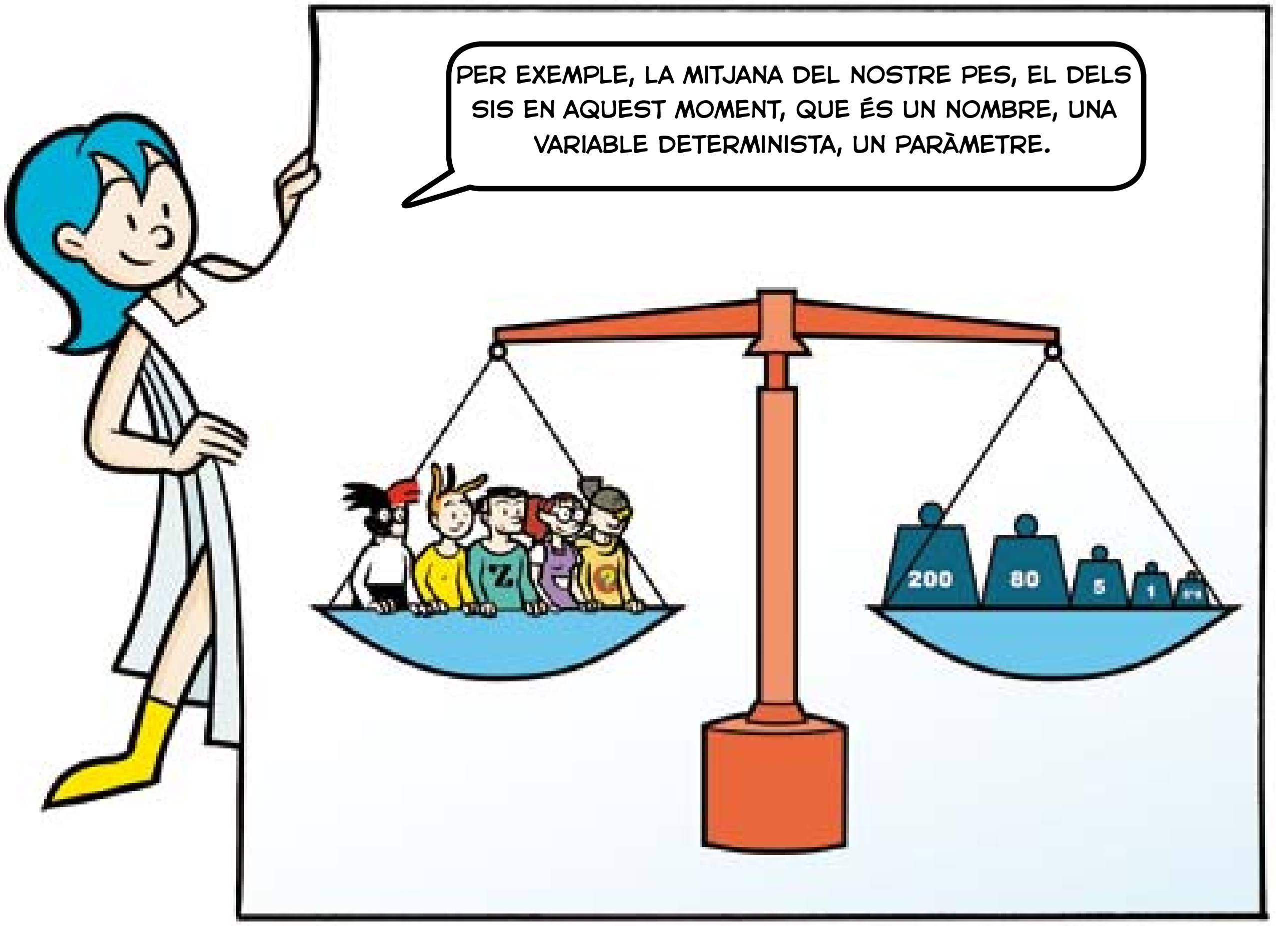

IDÒ, A VEURE SI EL MEU NO ACABA MALAMENT. EXEMPLE NÚMERO 3:
M'HAN DEMANAT QUE TROBI EL PES MITJÀ DE TOTS ELS PORCS DE L'EMPRESA "CORT LA PORCELLA".
JA SÉ QUINA N'ÉS LA POBLACIÓ... PERÒ ELS PORCS, DE QUANTES POTES SÓN?
DE QUATRE, HOME... DE QUATRE. ELS PESARÉ D'UN EN UN, I POSTERIORMENT EN CALCULARÉ EL PES MITJÀ.




UF! HE DE REPETIR TOT EL PROCÉS, JA QUE SEMBLA QUE ELS PRIMERS QUE VAIG PESAR HAN ENGREIXAT.
QUE HAN ENGREIXAT?... SI PAREIXEN ELEFANTS.

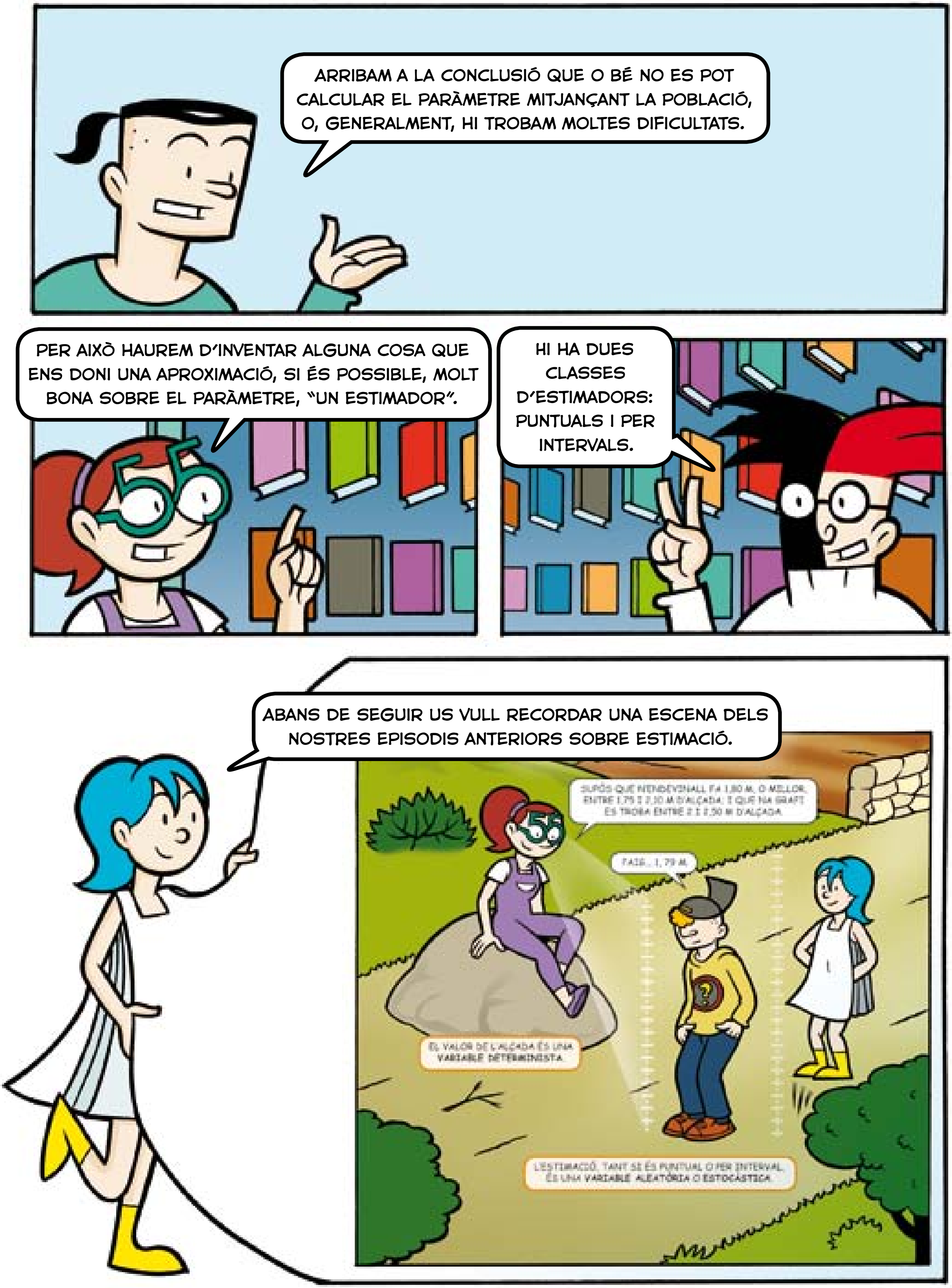

POTSER, ES PODRIA ARREGLAR; TENINT MOLTES DE BALANCES I MOLTS DE PESADORS.


PERÒ PER A AIXÒ CAL TENIR MOLTS DE DOBLERS PER GASTAR EN L'ESTUDI, I GENERALMENT EL PRESSUPOST ÉS AJUSTADET.
I ARA QUE ESTAM EN CRISI!...
DIRÀS QUE "ESTAN" EN CRISI, PERQUÈ NOSALTRES SEMPRE HI ESTAM.
UNES VEGADES PER RAONS ECONÒMIQUES, D'ALTRES VEGADES PER DESTRUCCIÓ DE LA POBLACIÓ, ETC., PAREIX QUE NO PODEM TREBALLAR AMB LA POBLACIÓ.
DONCS HAUREM D'"ESTIMAR" D'UNA ALTRA MANERA ELS PARÀMETRES QUE ENS DEMANEN.
HE SENTIT "PARÀMETRE" I "ESTIMAR"; AIXÒ SEGON HO CONEC: JO ESTIM MOLT N'AZARETA.
PERÒ NO SÉ QUÈ PINTA AQUÍ AIXÒ PRIMER, AQUESTA "PARAULOTA" QUE NO CONEC.
PARÀMETRE ÉS UN VALOR FIX, ÚNIC, ENCARA QUE PUGUI SER DESCONEGUT.

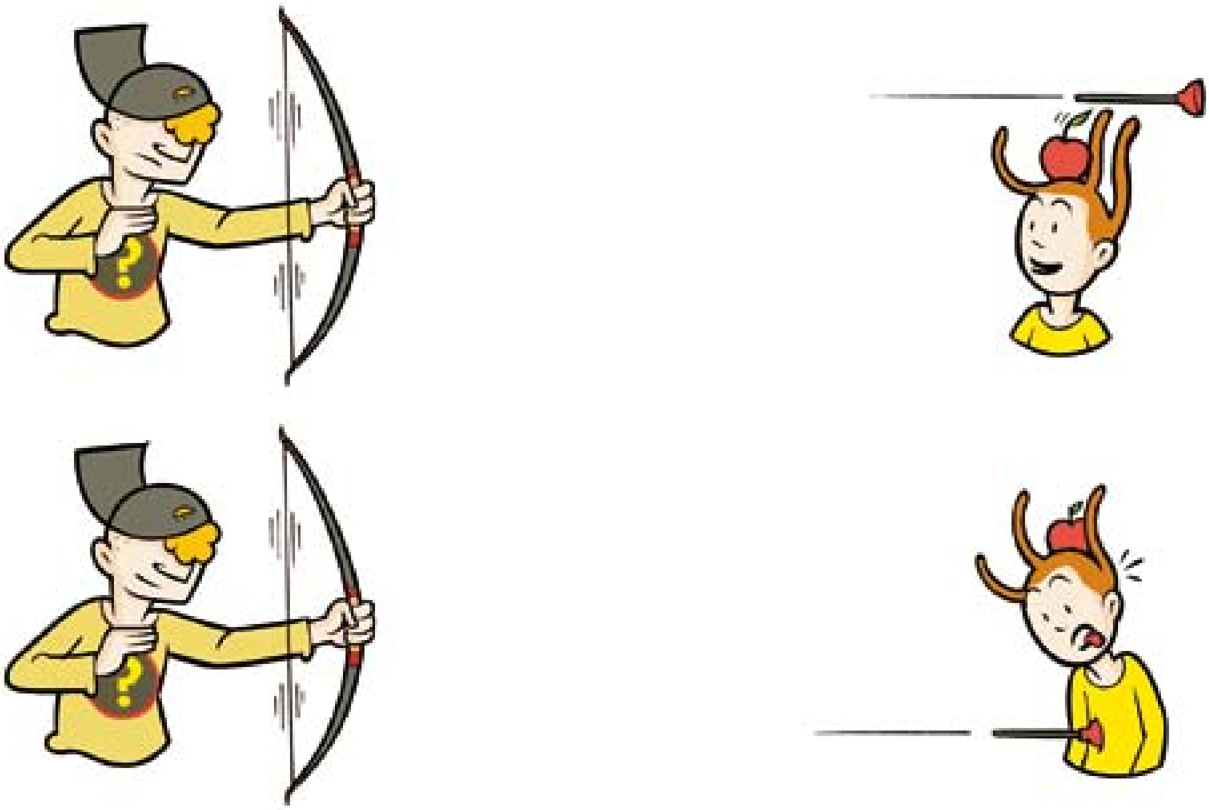

PER EXEMPLE, LA MITJANA DEL NOSTRE PES, EL DELS SIS EN AQUEST MOMENT, QUE ÉS UN NOMBRE, UNA VARIABLE DETERMINISTA, UN PARÀMETRE.
200
80
5
1


ÉS A DIR, SUMAM ELS NOSTRES PESOS I DIVIDIM ENTRE SIS; EL RESULTAT ÉS 47,8 QUILOS, QUE ÉS EL PARÀMETRE PES MITJÀ DE LA POBLACIÓ FORMADA PER NOSALTRES SIS.
I AIXÒ D'"ESTIMAR", QUÈ?... A MI M'INTERESSA MOLT.


UNA ESTIMACIÓ, JA HO VÀREM DIR, ÉS UNA APROXIMACIÓ MÉS O MENYS ENCERTADA D'UN PARÀMETRE, O UN INTERVAL ON PENSEM QUE ES TROBA EL PARÀMETRE.
QUÈ?
SI TU DIUS: "D'AQUÍ FINS ALLÀ, HI HA DEVERS 15 METRES". NINGÚ NO PENSARÀ QUE SÓN 15 METRES JUSTOS (PARÀMETRE), SINÓ QUE APROXIMADAMENT N'HI HA 15, ÉS A DIR, UNA ESTIMACIÓ.
O SI DIUS TENC ENTRE 20 I 25 EUROS, ÉS UNA ESTIMACIÓ, ÉS UNA VARIABLE ALEATÒRIA.
MIRES LES BUTXAQUES, COMPTES, TENS 21 €. AIXÒ ÉS UN PARÀMETRE, UNA VARIABLE DETERMINISTA.
ARA HO AGAF!


ARRIBAM A LA CONCLUSIÓ QUE O BÉ NO ES POT CALCULAR EL PARÀMETRE MITJANÇANT LA POBLACIÓ, O, GENERALMENT, HI TROBAM MOLTES DIFICULTATS.
PER AIXÒ HAUREM D'INVENTAR ALGUNA COSA QUE ENS DONI UNA APROXIMACIÓ, SI ÉS POSSIBLE, MOLT BONA SOBRE EL PARÀMETRE, "UN ESTIMADOR".
HI HA DUES CLASSES D'ESTIMADORS: PUNTUALS I PER INTERVALS.
ABANS DE SEGUIR US VULL RECORDAR UNA ESCENA DELS NOSTRES EPISODIS ANTERIORS SOBRE ESTIMACIÓ.
FAIG... 1,79 M.
EL VALOR DE L'ALÇADA ÉS UNA VARIABLE DETERMINISTA
L'ESTIMACIÓ, TANT SI ÉS PUNTUAL O PER INTERVAL, ÉS UNA VARIABLE ALEATÒRIA O ESTOCÀSTICA

Més val encertar aproximadament, que fallar exactament.




LES FRASES SÓN MOLT BONIQUES..., PERÒ, A QUÈ VÉNEN?
LA PRIMERA ÉS PERQUÈ RECORDEM QUE QUAN FEM UNA ESTIMACIÓ, SEMPRE HI HA UN RISC D'EQUIVOCAR-NOS, DE COMETRE UN ERROR.
SUPÒS QUE JA ES DEUEN HAVER FET INVESTIGACIONS PERQUÈ SIGUI TANT PETIT COM SIGUI POSSIBLE.
ALGUNA COSA SEMBLANT, PODRÍEM DIR QUE ÉS VERITAT AMB UN CERT RISC.
LA SEGONA ENS INDICA QUE LES ESTIMACIONS LES HEM DE FER PER INTERVALS, MAI PUNTUALMENT, JA QUE, SI NO, CORREM UN RISC MOLT ELEVAT DE FALLAR.
AIXÍ, EN TOTA ESTIMACIÓ, SEMPRE DONAREM UN INTERVAL, BÉ...
...QUAN SAPIGUEM COM FER-HO...

1r: Com trobam l'estimador?

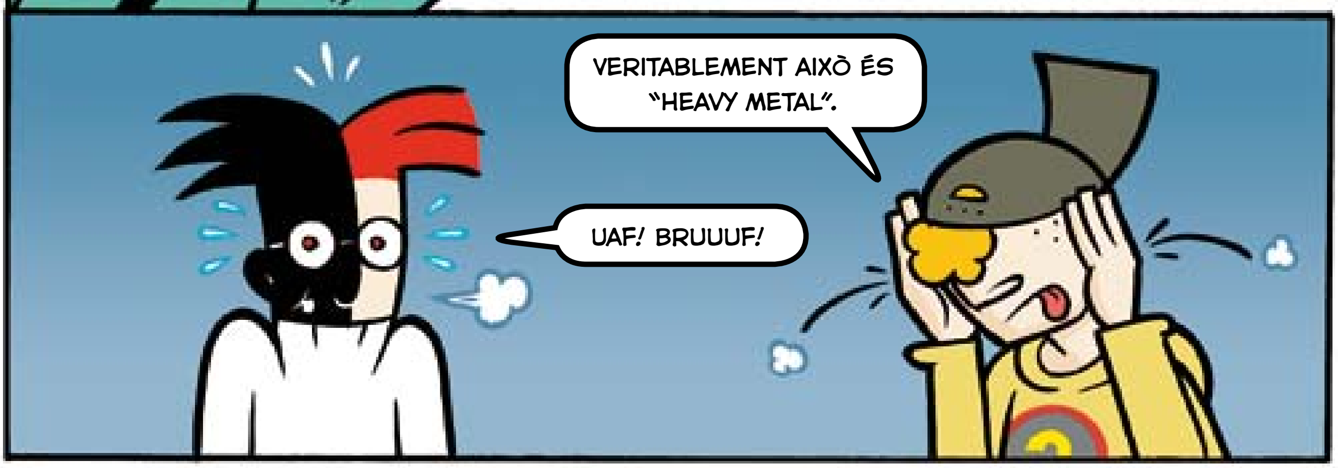
2n: On el cercam?

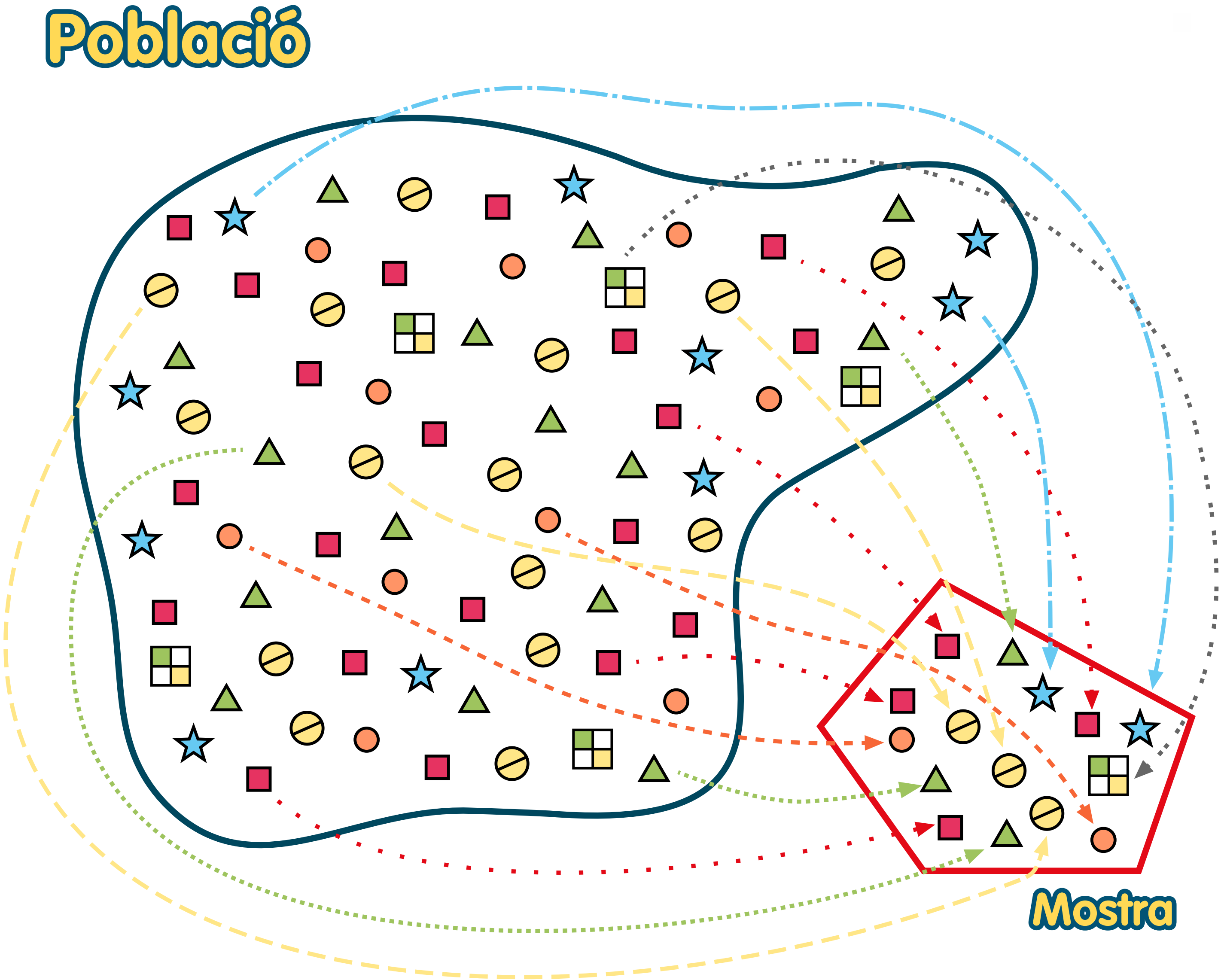
3r: Com definim l'interval?

4t: Com comprovam que l'estimació és acceptable?

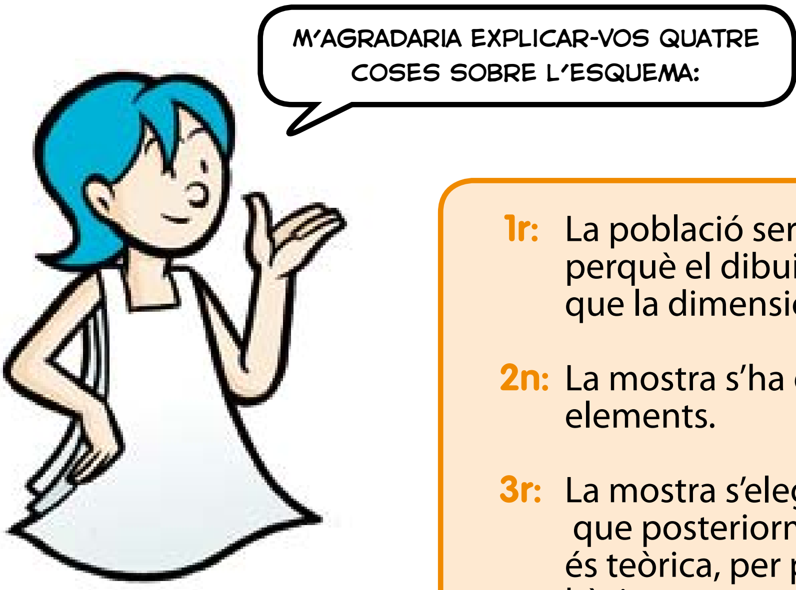
5è: Quina utilitat li donarem?

Mostra: Conjunt reduït d'elements d'una població, extrets convenientment per a un manteniment tan proporcional com sigui possible, respecte d'aquella, de les variables o característiques estudiades; de l'esmentada mostra obtindrem una informació, que podrem inferir-la respecte de la població.





DIMENSIÓ MOSTRAL= 15



1r: La població seria molt més grossa, però, perquè el dibuix sigui més clar, suposarem que la dimensió mostral és 75.

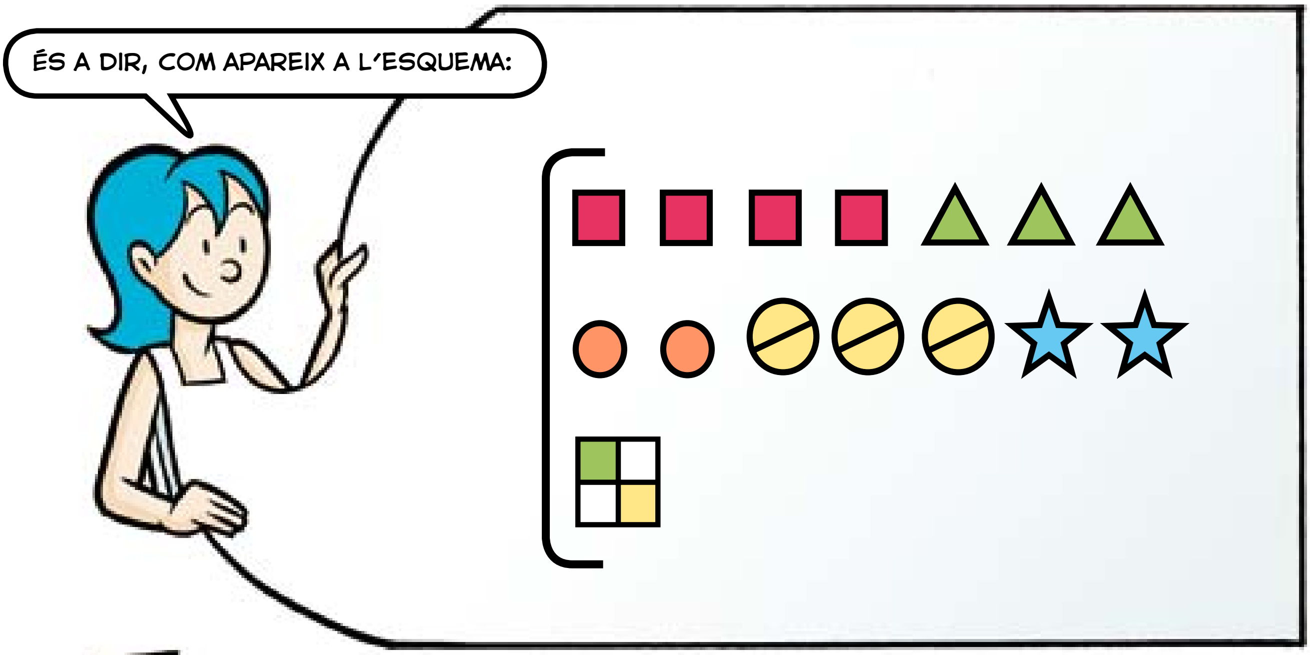
2n: La mostra s'ha decidit que sigui de 15 elements.

3r: La mostra s'elegeix per uns procediments que posteriorment veurem; aquí l'elecció és teòrica, per poder establir les definicions bàsiques.

Unitat mostral: És cada un dels possibles components de la mostra.

Cens: L'estudi de tots i cada un dels elements de la població.

Marc mostral: Enumeració exhaustiva de totes les unitats mostrals.

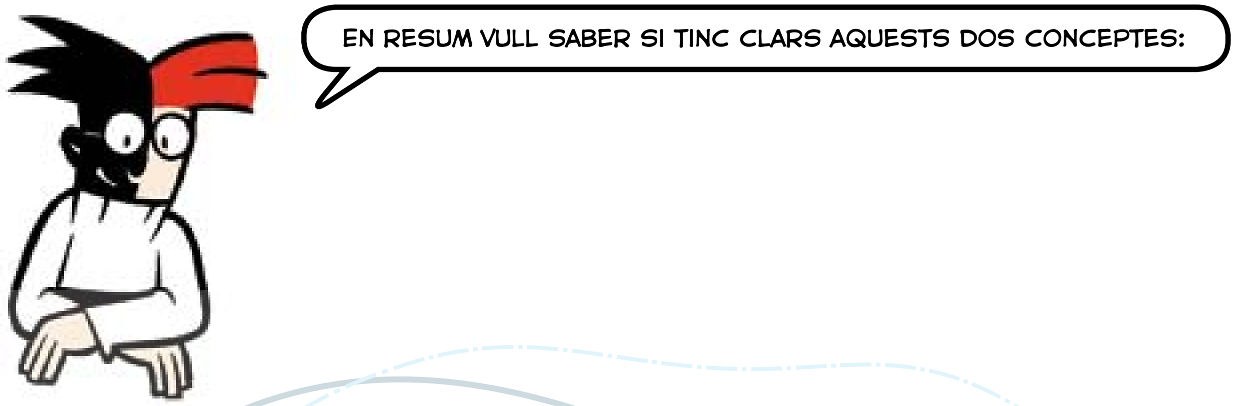


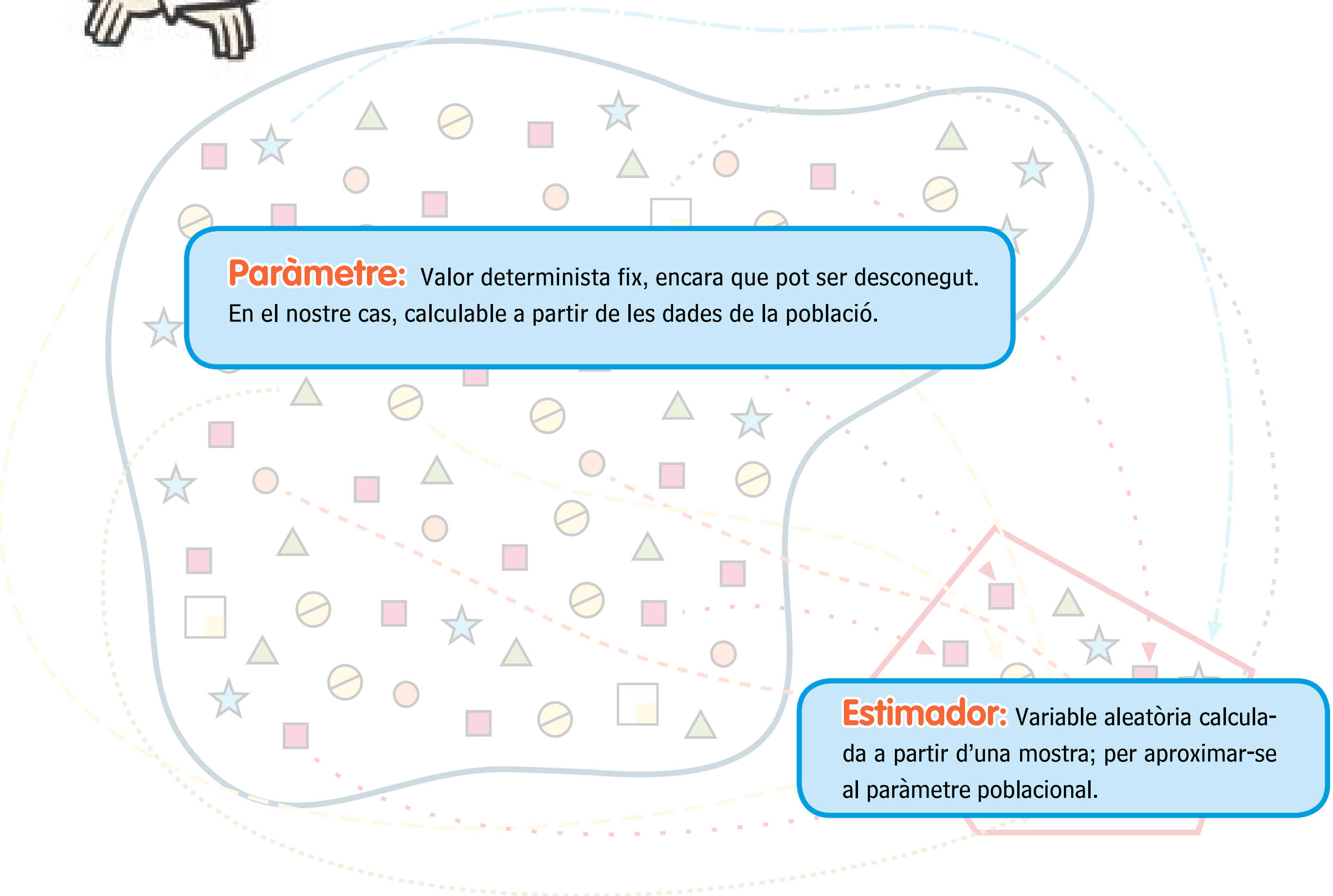
Població marc: És cada un dels possibles components de la mostra.

Coeficient d'elevació: Quantitat d'unitats poblacionals representades per cada un dels components de la mostra.

Fracció de mostreig: Inversa del coeficient d'elevació.

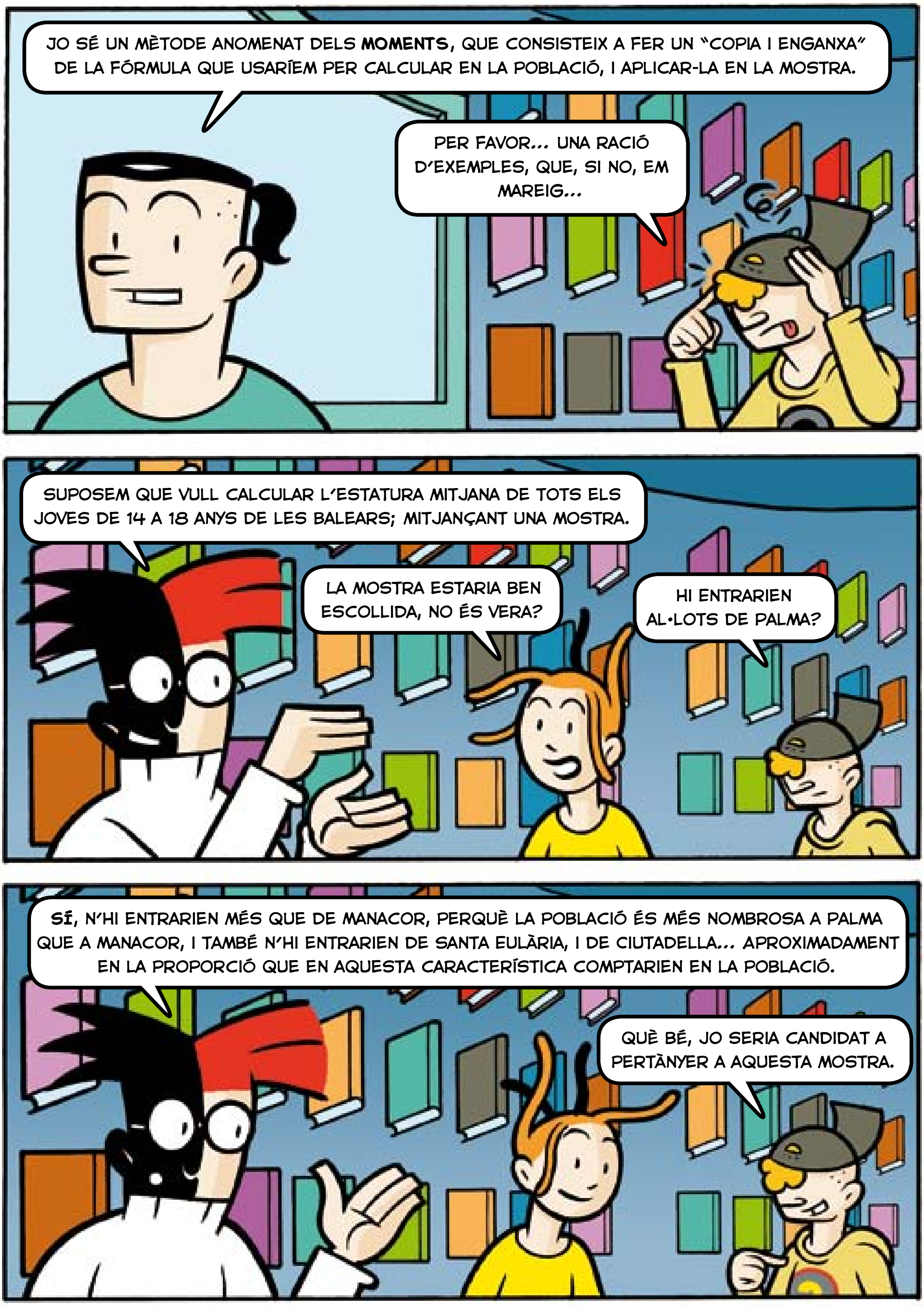
$$\frac{1}{5}$$





Paràmetre: Valor determinista fix, encara que pot ser desconegut. En el nostre cas, calculable a partir de les dades de la població.

Estimador: Variable aleatòria calculada a partir d'una mostra; per aproximar-se al paràmetre poblacional.


JO SÉ UN MÈTODE ANOMENAT DELS **MOMENTS**, QUE CONSISTEIX A FER UN "COPIA I ENGANXA" DE LA FÓRMULA QUE USARÍEM PER CALCULAR EN LA POBLACIÓ, I APLICAR-LA EN LA MOSTRA.
PER FAVOR... UNA RACIÓ D'EXEMPLES, QUE, SI NO, EM MAREIG...
SUPOSEM QUE VULL CALCULAR L'ESTATURA MITJANA DE TOTS ELS JOVES DE 14 A 18 ANYS DE LES BALEARS; MITJANÇANT UNA MOSTRA.
LA MOSTRA ESTARIA BEN ESCOLLIDA, NO ÉS VERA?
HI ENTRARIEN AL·LOTS DE PALMA?
SÍ, N'HI ENTRARIEN MÉS QUE DE MANACOR, PERQUÈ LA POBLACIÓ ÉS MÉS NOMBROSA A PALMA QUE A MANACOR, I TAMBÉ N'HI ENTRARIEN DE SANTA EULÀRIA, I DE CIUTADELLA... APROXIMADAMENT EN LA PROPORCIÓ QUE EN AQUESTA CARACTERÍSTICA COMPTARIEN EN LA POBLACIÓ.
QUÈ BÉ, JO SERIA CANDIDAT A PERTÀNYER A AQUESTA MOSTRA.

Població $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{36}, \dots, x_{73}, x_{74}, x_{75}\}$

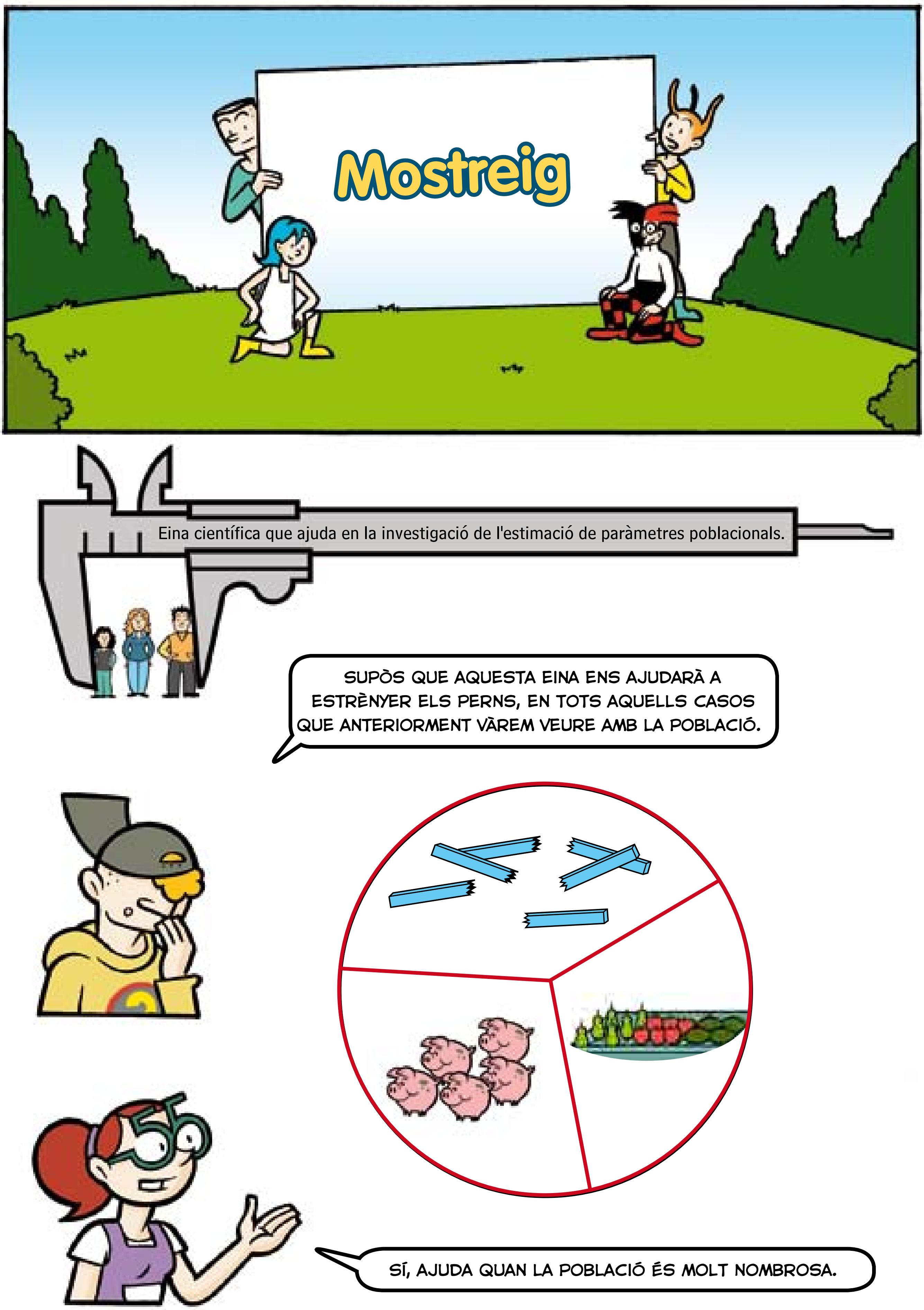
$$\textbf{Mitjana} = \mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots\dots + x_{36} + \dots\dots + x_{73} + x_{74} + x_{75}}{75}$$

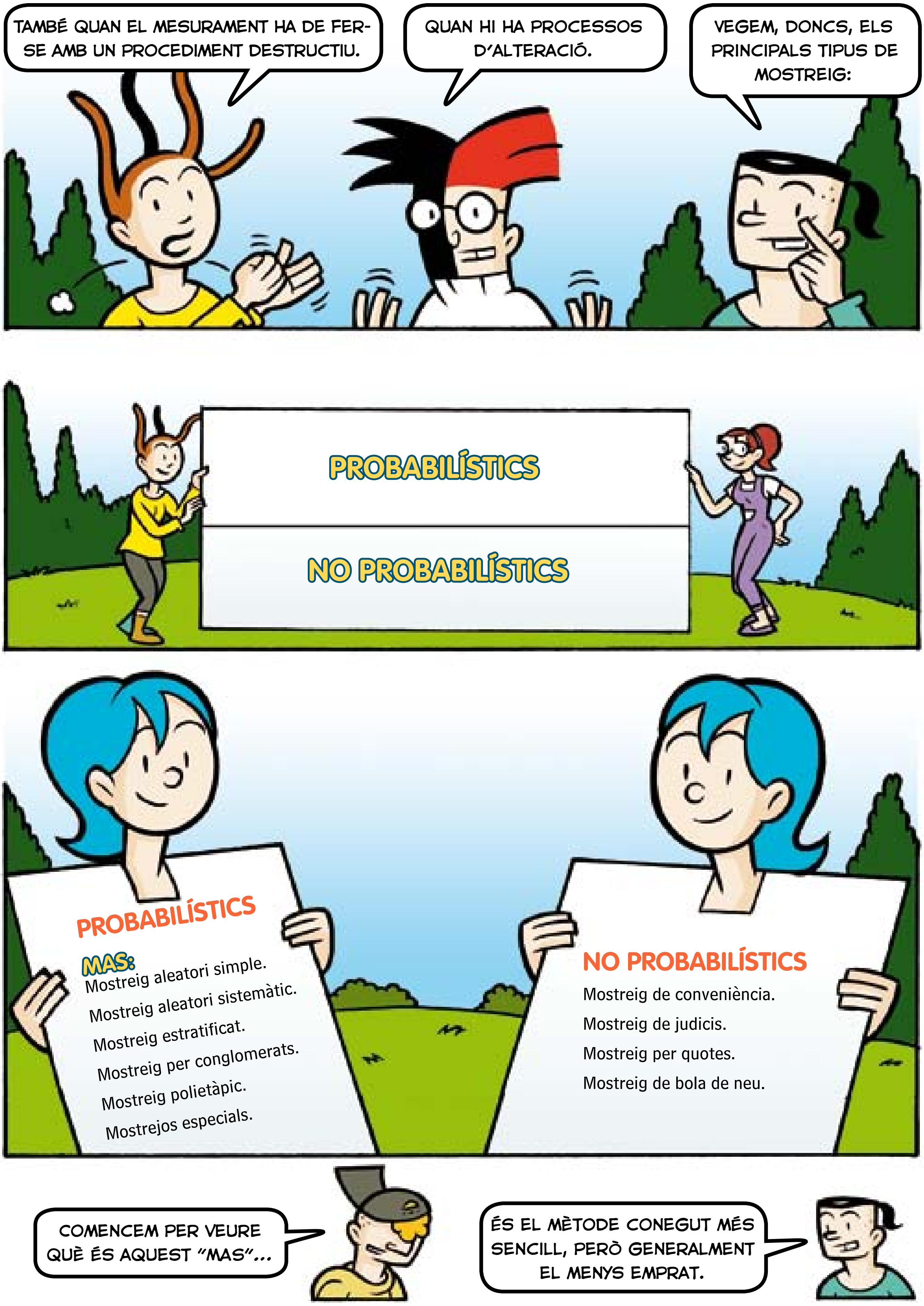
Mostra $\{x_3, x_7, x_{12}, x_{19}, x_{22}, x_{23}, x_{30}, x_{36}, x_{51}, x_{53}, x_{59}, x_{60}, x_{64}, x_{68}, x_{72}\}$

$$\textbf{Estimació de la mitjana} = \hat{\mu} = \bar{x}$$

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{x_3 + x_7 + x_{12} + x_{19} + x_{22} + x_{23} + x_{30} + x_{36} + x_{51} + x_{53} + x_{59} + x_{60} + x_{64} + x_{68} + x_{72}}{15}$$


ELS INTERVALS ELS VEUREM CAP AL FINAL, ARA FAREM UNA PAUSA PER ENFRONTAR-NOS ALS DIFERENTS TIPUS DE MOSTREIG.
PRIMER FAREM UN LLARG DESCANS, MOOOOOOOOOLT LLAAAAAAAAARG, I DESPRÉS VEUREM LES FORMES DE MOSTREJAR.
D'AAAAACORD.
ZZZZZZ
PER AMUNT!!! SOM-HI AMB EL MOSTREIG.


Mostreig
Eina científica que ajuda en la investigació de l'estimació de paràmetres poblacionals.
SUPÒS QUE AQUESTA EINA ENS AJUDARÀ A ESTRÈNYER ELS PERNS, EN TOTS AQUELLS CASOS QUE ANTERIORMENT VÀREM VEURE AMB LA POBLACIÓ.
SÍ, AJUDA QUAN LA POBLACIÓ ÉS MOLT NOMBROSA.



TAMBÉ QUAN EL MESURAMENT HA DE FER-SE AMB UN PROCEDIMENT DESTRUCTIU.
QUAN HI HA PROCESSOS D'ALTERACIÓ.
VEGEM, DONCS, ELS PRINCIPALS TIPUS DE MOSTREIG:
PROBABILÍSTICS
NO PROBABILÍSTICS
PROBABILÍSTICS
MAS:
Mostreig aleatori simple.
Mostreig aleatori sistemàtic.
Mostreig estratificat.
Mostreig per conglomerats.
Mostreig polietàpic.
Mostrejos especials.
NO PROBABILÍSTICS
Mostreig de conveniència.
Mostreig de judicis.
Mostreig per quotes.
Mostreig de bola de neu.
COMENCEM PER VEURE QUÈ ÉS AQUEST "MAS"...
ÉS EL MÈTODE CONEGUT MÉS SENCILL, PERÒ GENERALMENT EL MENYS EMPRAT.

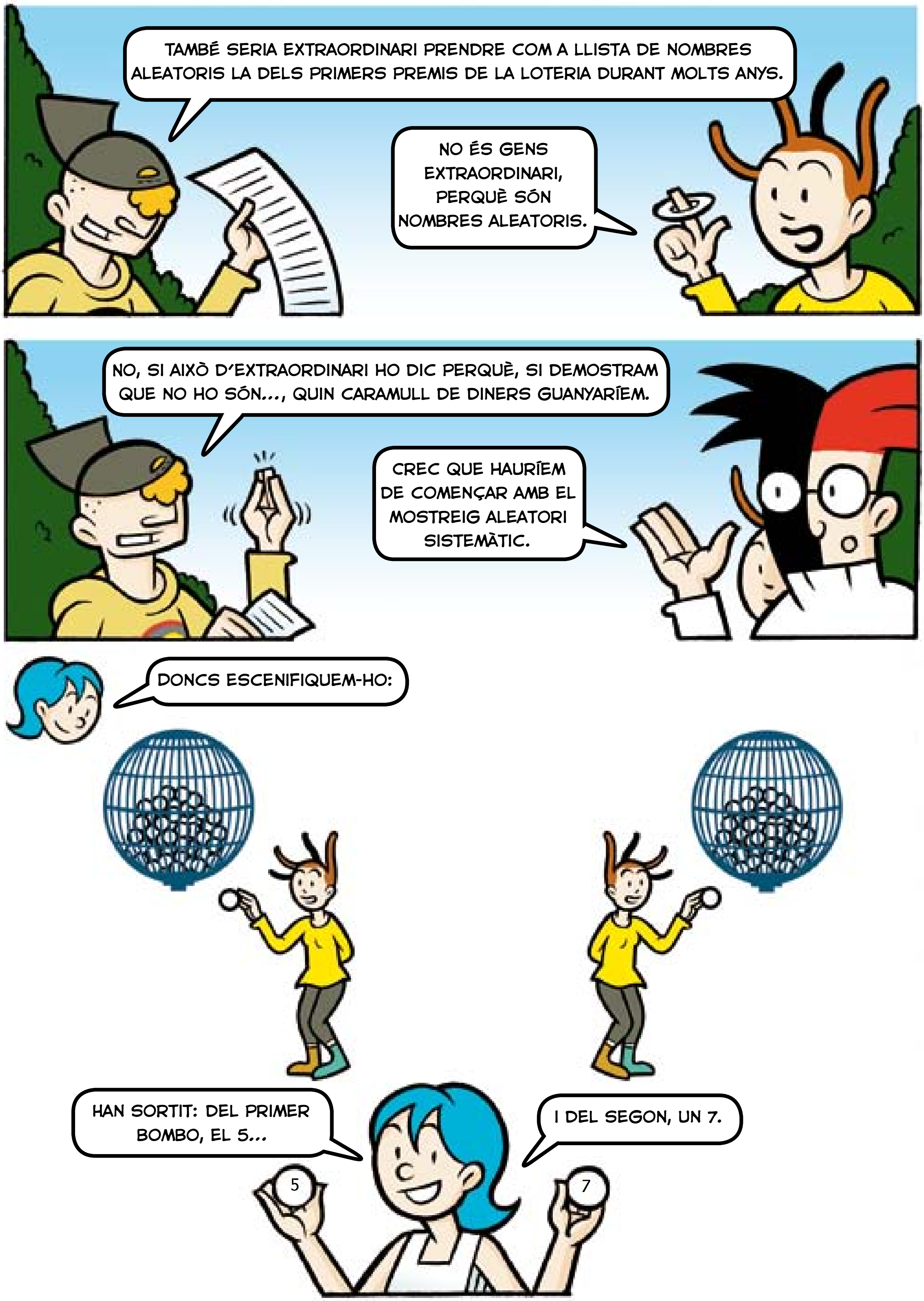

BINOMI, VES POSANT UN NOMBRE A TOTS I CADA UN DELS ELEMENTS DE LA POBLACIÓ.
1328
1329
6
7
1
8
9
2
3
10
4
5
HE REPARTIT 1.329 NOMBRES.
ENDEVINALL, ANIREM ELABORANT 1.329 PAPERETES NUMERADES.
SOM-HI!
INTRODUÏM LES PAPERETES AL BARRET I ESTABLIM LA QUANTITAT MOSTRAL.

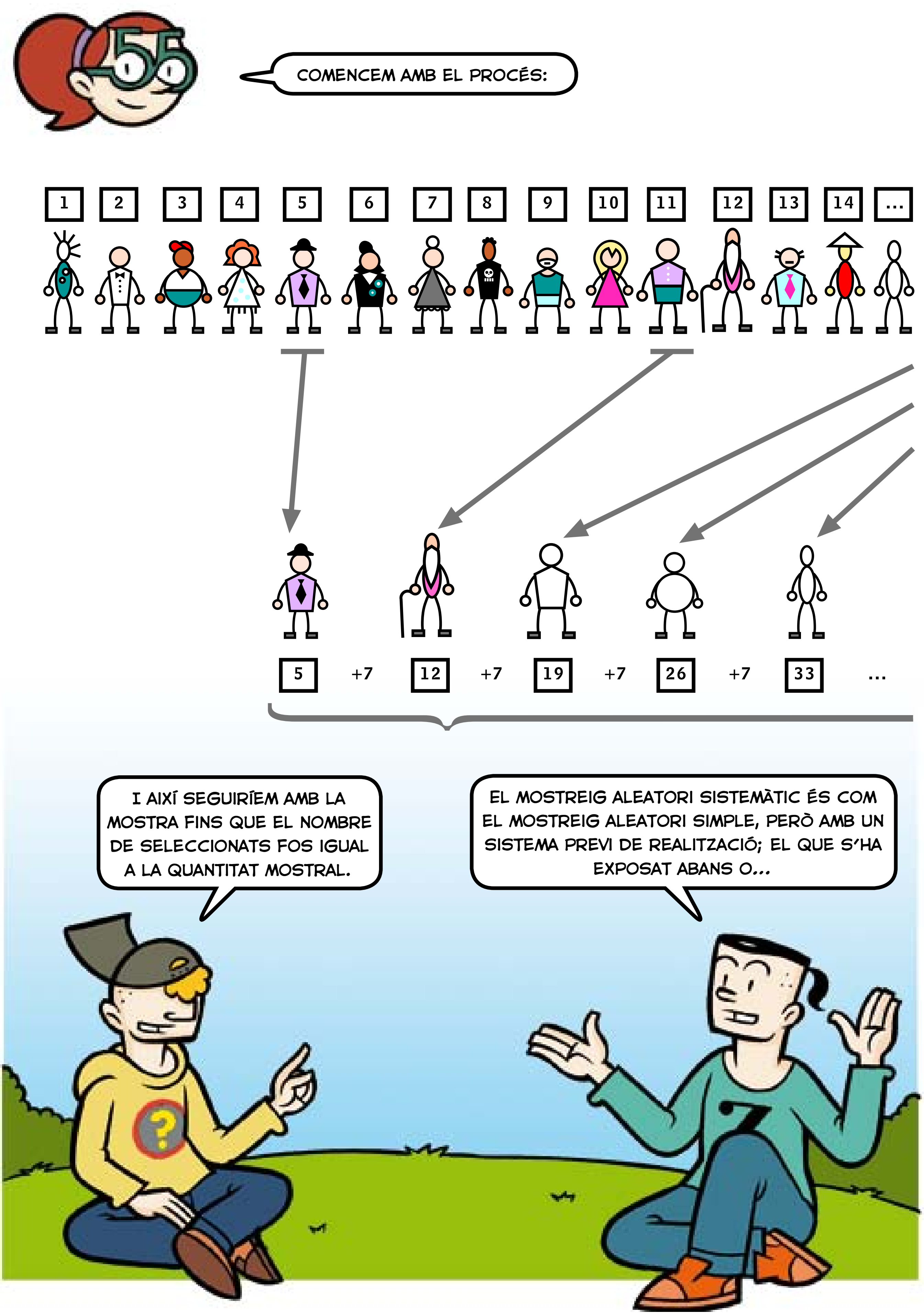

ARA VE AIXÒ DE LA MÀ INNOCENT... JO!
NO, HO FARÀ EN GAUSS; EL FET QUE SIGUI EL QUE MÉS EN SAP DE TOTS NOSALTRES NO VOL DIR QUE NO PUGUI SER EL MÉS INNOCENT.
55

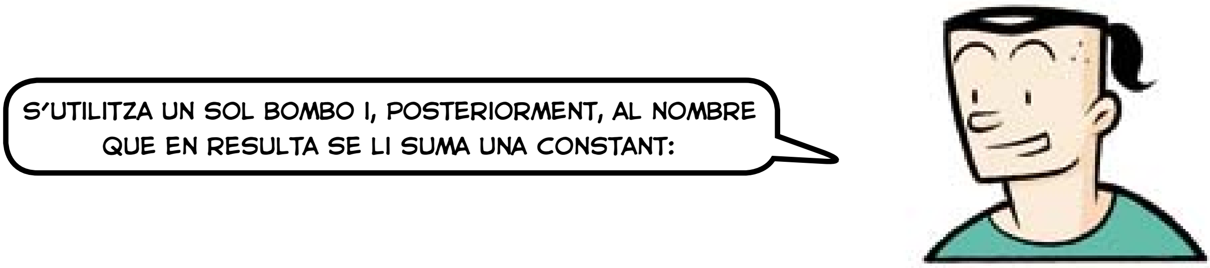

EL 27!
PASSI A SER PART DE LA MOSTRA.
Z
55
6
7
8
9
10
1
2
3
4
5
27
...I AIXÍ FINS A ARRIBAR A 20.

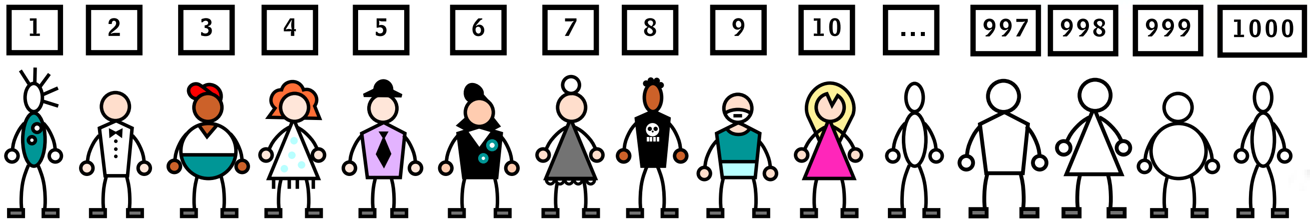

FEM ALGUNES TRANSPARÈNCIES DE DEFINICIÓ I RESUM DEL PROCÉS.
EL MAS, MOSTREIG ALEATORI SIMPLE, SELECCIONA LA MOSTRA PER PROCESSOS ALEATORIS, HI COMPLEIX LA CONDICIÓ DE SER EQUIPROBABILÍSTIC PER A TOT ELEMENT.
EQUIQUÈ?
QUALSEVOL ELEMENT DE LA POBLACIÓ TÉ IGUAL PROBABILITAT DE FORMAR PART DE LA MOSTRA.
SENSE REPOSICIÓ
AMB REPOSICIÓ
EL PROCEDIMENT POT SER AMB REPOSICIÓ I SENSE REPOSICIÓ.
QUIN ÉS MILLOR?!

3690	2492	7171	7720	6509	7549	2330	5733	4730
0813	6790	6858	1489	2669	3743	1901	4971	8280
6177	5289	4002	4223	6451	7632	7577	2316	9002
0772	2160	7236	0812	4195	5589	0830	8261	9232
5692	9870	3583	8997	1535	5466	8830	7271	3809
2030	3828	7880	0586	8482	7811	6807	3309	2729
1039	3382	7600	1077	4455	8806	1822	1669	7501
7227	0104	4141	1521	9104	5563	1392	8238	4882
8506	6348	[illegible]	8252	1062	1757	0964	2983	2244
5086	0303	7423	3298	3975	2831	2237	1508	7642
0192	1629	0377	3590	2209	4839	6332	1490	3092
0935	5565	2315	8030	7651	5189	0075	9353	1921
2505	3073	8201	4113	2677	0031	8601	3310	8389
7277	9889	0390	3579	4620	5550	0210	2082	4664
5464	3900	3485	0741	9069	5920	4326	7704	6525
0905	7127	5933	1137	7583	0450	5058	7078	3444


TAMBÉ SERIA EXTRAORDINARI PRENDRE COM A LLISTA DE NOMBRES ALEATORIS LA DELS PRIMERS PREMIS DE LA LOTERIA DURANT MOLTS ANYS.
NO ÉS GENS EXTRAORDINARI, PERQUÈ SÓN NOMBRES ALEATORIS.
NO, SI AIXÒ D'EXTRAORDINARI HO DIC PERQUÈ, SI DEMOSTRAM QUE NO HO SÓN..., QUIN CARAMULL DE DINERS GUANYARÍEM.
CREC QUE HAURÍEM DE COMENÇAR AMB EL MOSTREIG ALEATORI SISTEMÀTIC.
DONCS ESCENIFIQUEM-HO:
HAN SORTIT: DEL PRIMER BOMBO, EL 5...
I DEL SEGON, UN 7.
5
7


COMENCEM AMB EL PROCÉS:
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 ...
5 +7 12 +7 19 +7 26 +7 33 ...
I AIXÍ SEGUIRÍEM AMB LA MOSTRA FINS QUE EL NOMBRE DE SELECCIONATS FOS IGUAL A LA QUANTITAT MOSTRAL.
EL MOSTREIG ALEATORI SISTEMÀTIC ÉS COM EL MOSTREIG ALEATORI SIMPLE, PERÒ AMB UN SISTEMA PREVI DE REALITZACIÓ; EL QUE S'HA EXPOSAT ABANS O...





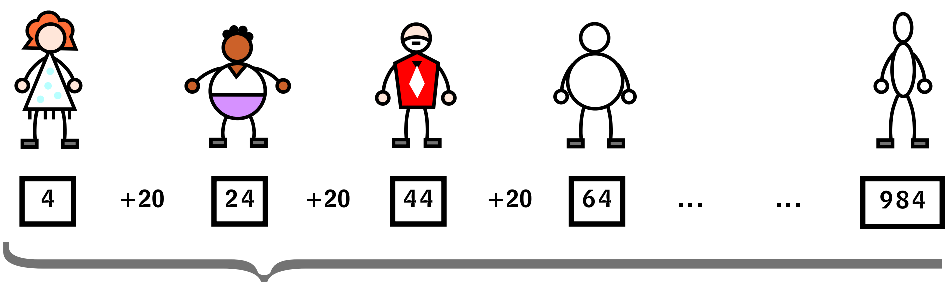
Població (quantitat $= N = 1.000$)

Quantitat mostral $= n = 50$

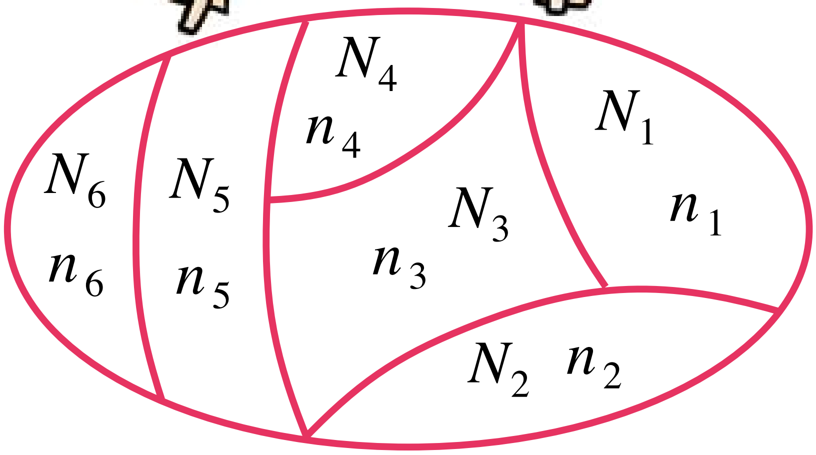
$$\text{Constant} = k = \frac{N}{n} = \frac{1.000}{50} = 20$$

Sorteig $\longrightarrow$ 4

1r de la mostra	= 4
2n	= 4 + 20 = 24
3r	= 4 + 2 x 20 = 44
4t	= 4 + 3 x 20 = 64
. . . .	. . . .
25è	= 4 + 24 x 20 = 484
. . . .	. . . .
50è	= 4 + 49 x 20 = 984




AIXÒ HA ESTAT UN EXEMPLE; DEL SORTEIG, POSSIBLEMENT, EN SORTIRIA UN ALTRE NOMBRE EN UN ALTRE CAS, I LA CONSTANT DEPENDRIA, LLAVORS, DE LA POBLACIÓ I DE LA QUANTITAT MOSTRAL QUE S'ESTABLÍS.
PER VEURE LA RESTA DE TIPUS DE MOSTREIG, SERIA MOLT INTERESSANT QUE NA GRAFI ENS ELABORÀS UNES "PSEUDOPEL·LICULETES", QUE D'AIXÒ EN SAP MOLT.
55
MOSTREIG ESTRATIFICAT???
D'ACORD, SOM-HI.
9 + 4
2x5
POBLACIÓ TOTAL 20+10+5+30+20= 85 ????



Quantitats poblacionals en cada estrat:

$N_1; N_2; N_3; N_4; N_5; N_6$

Quantitat poblacional:

$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6 = N$

Quantitats mostrals en cada estrat:

$n_1; n_2; n_3; n_4; n_5; n_6$

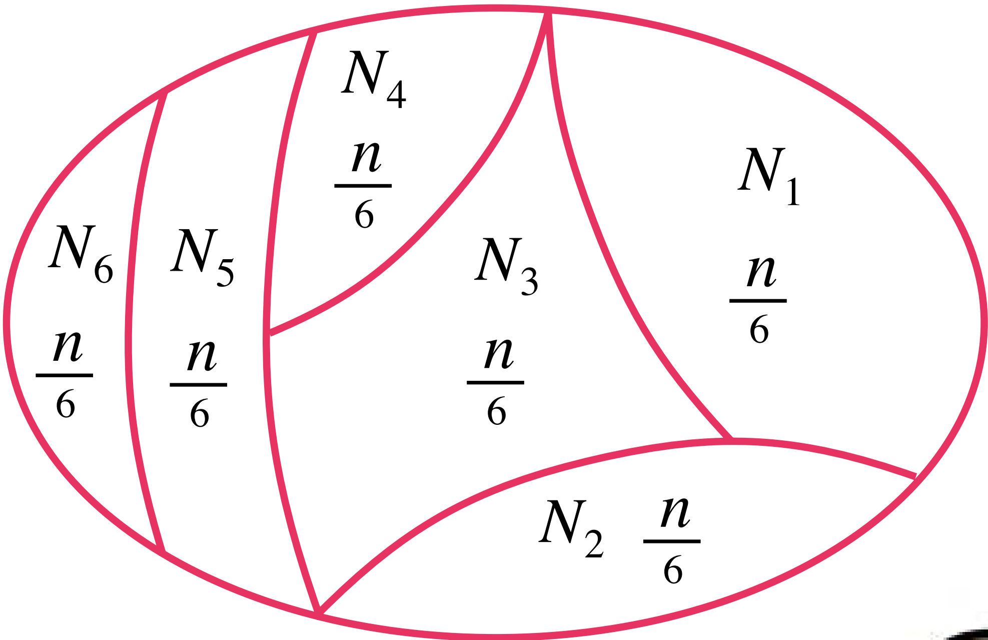
Quantitat mostral:

$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = n$

1r. Mostreig estratificat proporcional.

2n. Mostreig estratificat no proporcional.

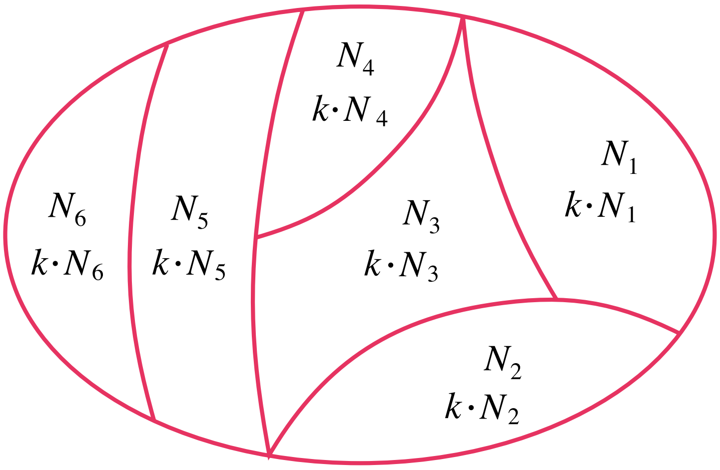
3r. Assignació òptima dels estrats.



Afixació uniforme

Unitats mostrals de cada estrat:

$$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_5 = n_6 = \frac{n}{6}$$

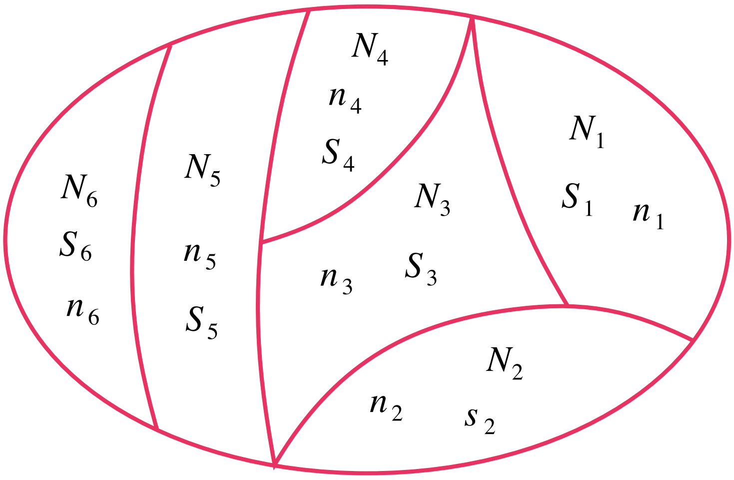


$$\frac{n}{N} = k$$

$$n_1 = k \times N_1 \qquad n_4 = k \times N_4$$

$$n_2 = k \times N_2 \qquad n_5 = k \times N_5$$

$$n_3 = k \times N_3 \qquad n_6 = k \times N_6$$



Desviacions típiques o estàndards de cada estrat:

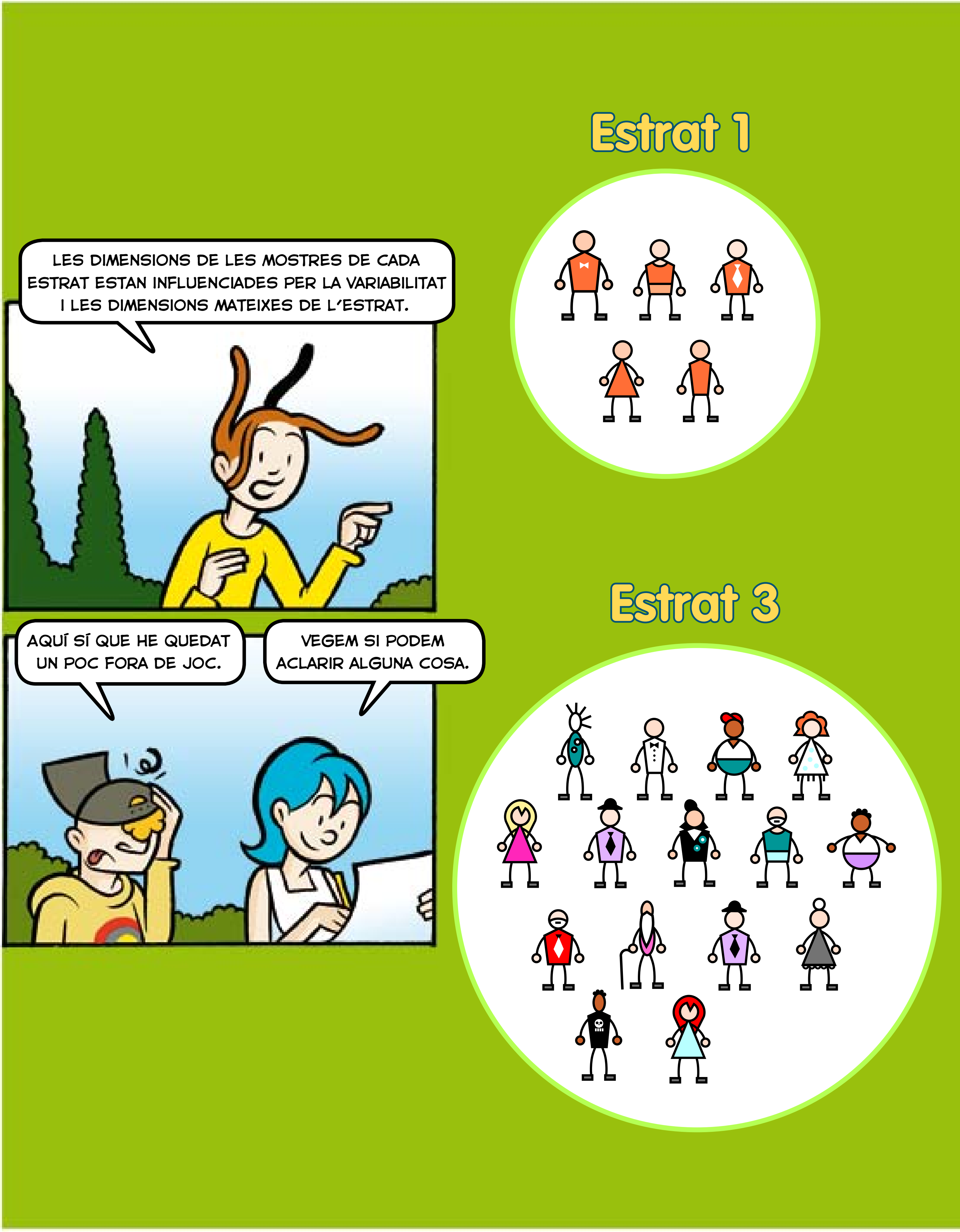
$$S_1; S_2; S_3; S_4; S_5; S_6$$

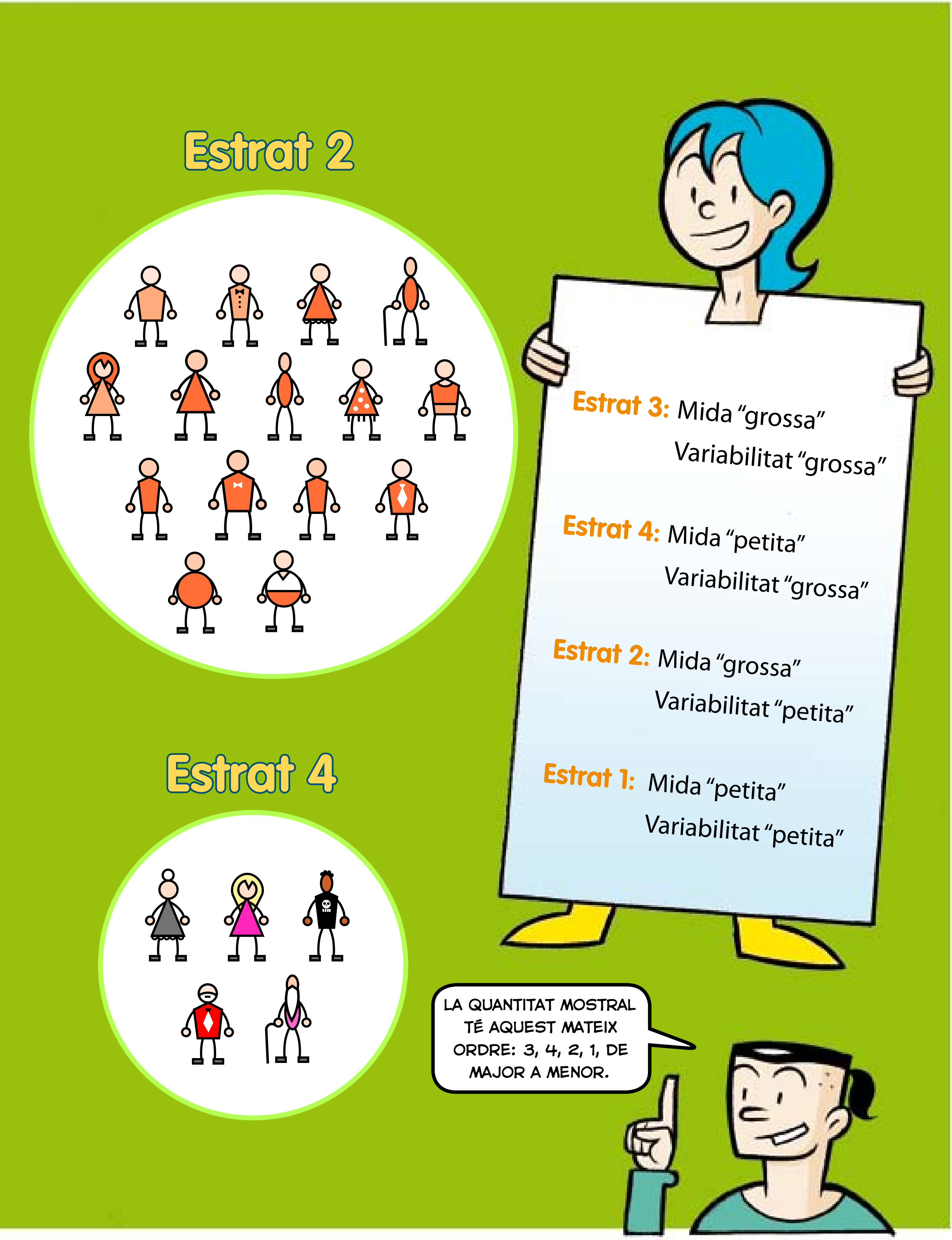
Quantitats mostrals de cada estrat:

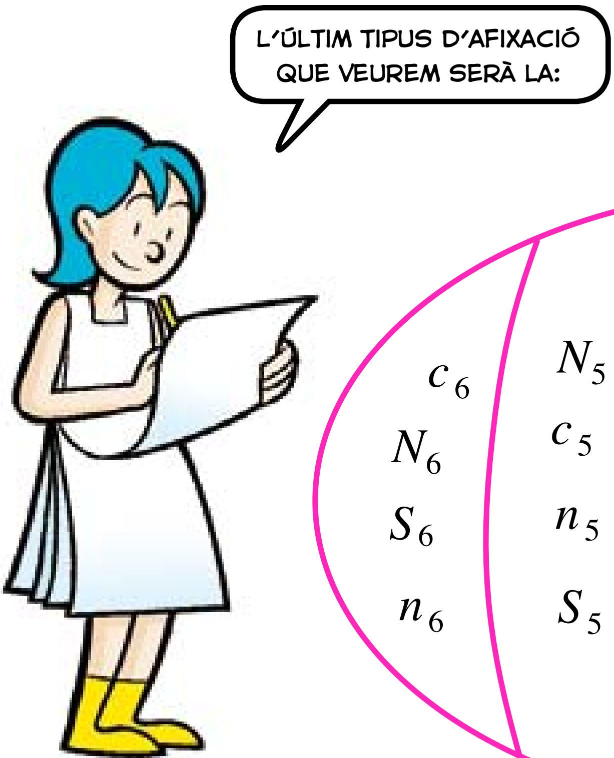
$$n_1 = n \times \frac{N_1 S_1}{\sum_{i=1}^{6} N_i S_i} \qquad n_4 = n \times \frac{N_4 S_4}{\sum_{i=1}^{6} N_i S_i}$$

$$n_2 = n \times \frac{N_2 S_2}{\sum_{i=1}^{6} N_i S_i} \qquad n_5 = n \times \frac{N_5 S_5}{\sum_{i=1}^{6} N_i S_i}$$

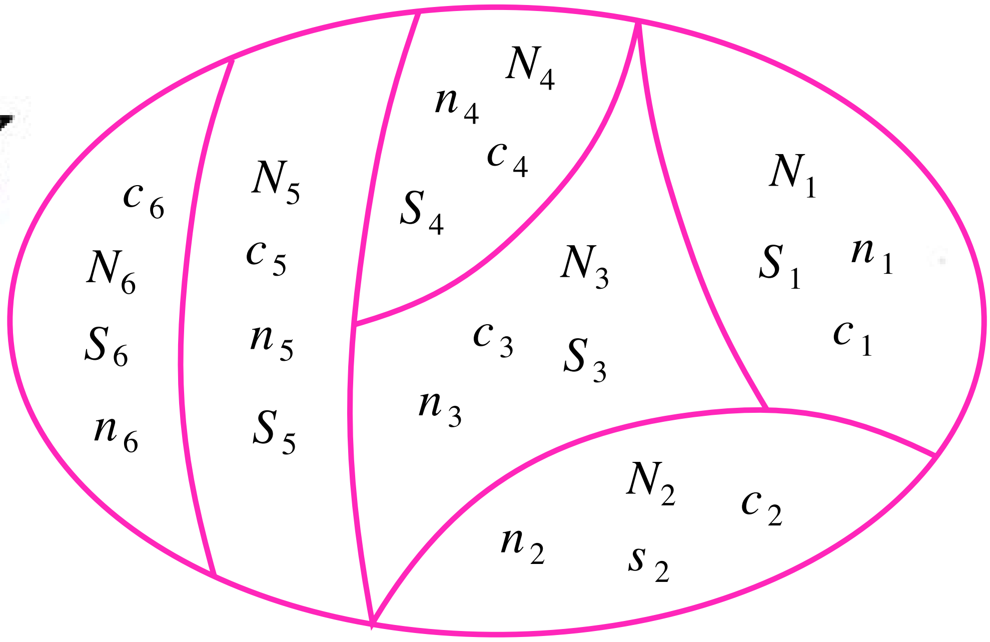
$$n_3 = n \times \frac{N_3 S_3}{\sum_{i=1}^{6} N_i S_i} \qquad n_6 = n \times \frac{N_6 S_6}{\sum_{i=1}^{6} N_i S_i}$$


LES DIMENSIONS DE LES MOSTRES DE CADA ESTRAT ESTAN INFLUENCIADES PER LA VARIABILITAT I LES DIMENSIONS MATEIXES DE L'ESTRAT.
AQUÍ SÍ QUE HE QUEDAT UN POC FORA DE JOC.
VEGEM SI PODEM ACLARIR ALGUNA COSA.
Estrat 1
Estrat 3


Estrat 2
Estrat 4
Estrat 3: Mida “grossa” Variabilitat “grossa”
Estrat 4: Mida “petita” Variabilitat “grossa”
Estrat 2: Mida “grossa” Variabilitat “petita”
Estrat 1: Mida “petita” Variabilitat “petita”
LA QUANTITAT MOSTRAL TÉ AQUEST MATEIX ORDRE: 3, 4, 2, 1, DE MAJOR A MENOR.



Afixació óptima

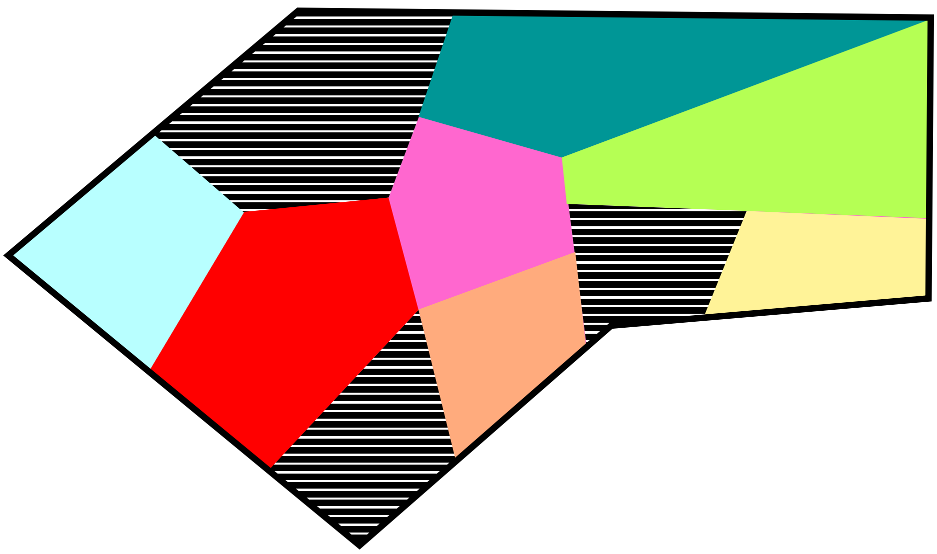


En aquest tipus d'afixació també es té en compte el cost. Les seves fórmules són:

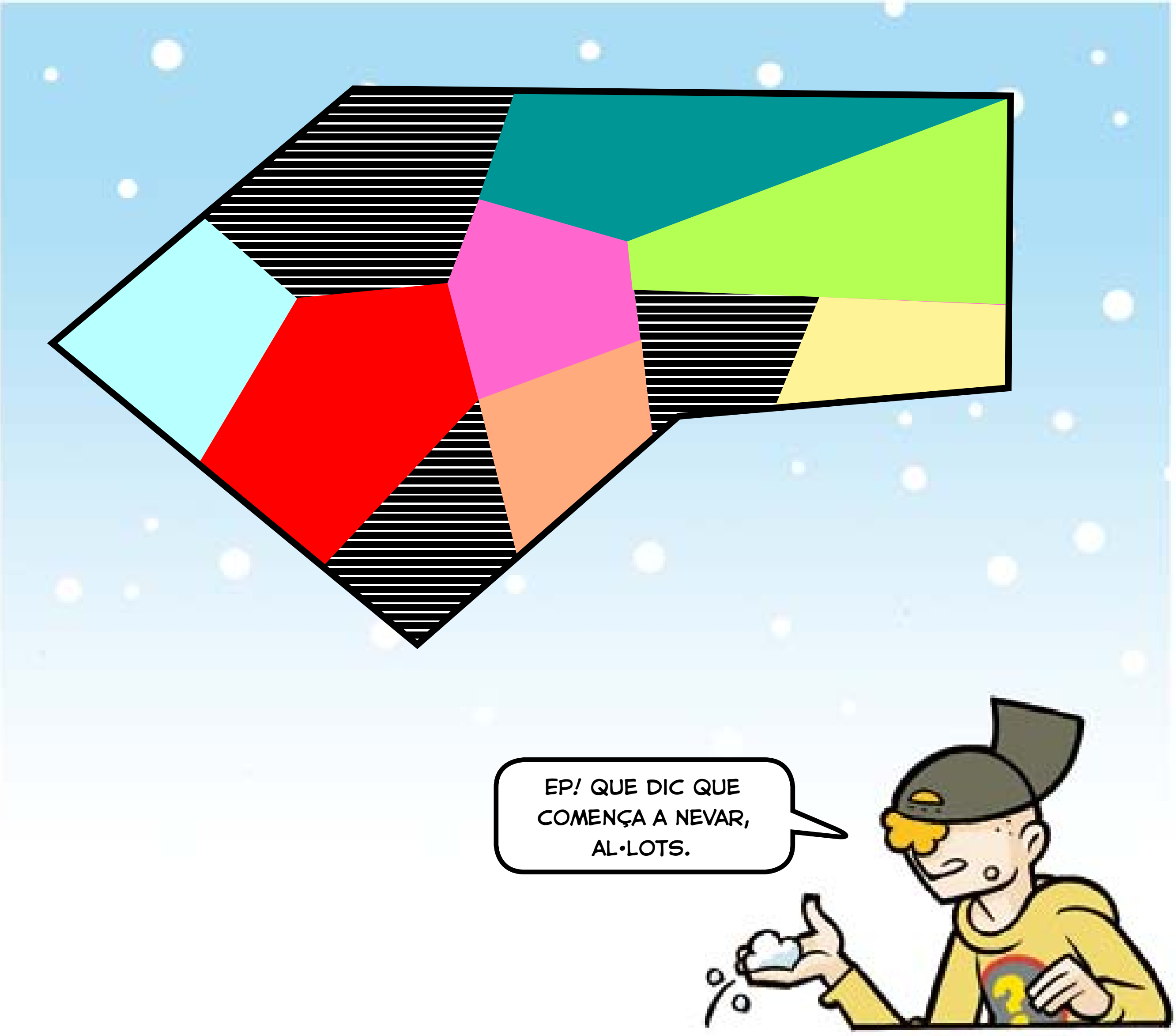
$$n_1 = n \times \frac{\frac{N_1 S_1}{\sqrt{c_1}}}{\sum_{i=1}^{6} \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}} \qquad n_4 = n \times \frac{\frac{N_4 S_4}{\sqrt{c_4}}}{\sum_{i=1}^{6} \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}}$$

$$n_2 = n \times \frac{\frac{N_2 S_2}{\sqrt{c_2}}}{\sum_{i=1}^{6} \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}} \qquad n_5 = n \times \frac{\frac{N_5 S_5}{\sqrt{c_5}}}{\sum_{i=1}^{6} \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}}$$

$$n_3 = n \times \frac{\frac{N_3 S_3}{\sqrt{c_3}}}{\sum_{i=1}^{6} \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}} \qquad n_6 = n \times \frac{\frac{N_6 S_6}{\sqrt{c_6}}}{\sum_{i=1}^{6} \frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}}$$




PRIMER, DESAGREGAREM LA POBLACIÓ EN GRUPS HETEROGENIS D'INDIVIDUS.
SEMBLA QUE ESTÀ CANVIANT EL TEMPS...
SELECCIONAM A L'ATZAR UNA MOSTRA D'AQUESTS GRUPS, ALS QUALS TAMBÉ SE'LS DENOMINA ÀREES O CONGLOMERATS.


EP! QUE DIC QUE COMENÇA A NEVAR, AL·LOTS.


I DELS CONGLOMERATS SELECCIONATS COM A MOSTRA, EN FEM ESTUDI CENSAL, O SIGUI, ESTUDIAM TOTS ELS INDIVIDUS QUE ELS COMPONEN.
I AIXÍ PODRÍEM CONTINUAR... AMB MOLTES FORMES DE MOSTREIG.
EL QUE HEM DE FER ÉS CONTINUAR A COBRO.
Z

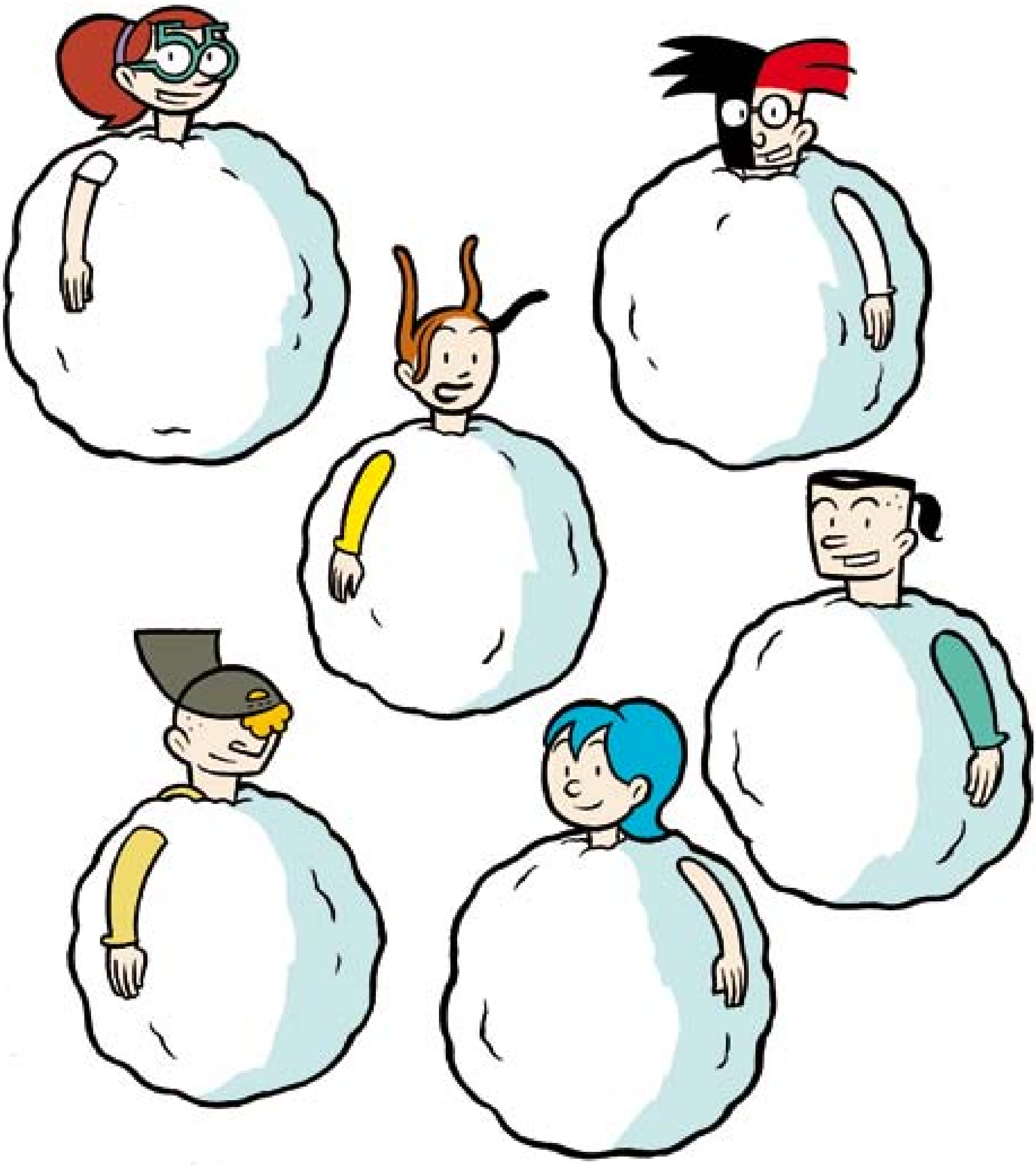
Procés del mostreig

- Definició dels objectius de l'enquesta.
- Definició de la població objecte d'estudi.
  Elements. Unitats de mostreig.
  Abast. Temps.
- Definició del marc mostral.
- Selecció del procediment de mostreig.
- Establiment de la mida de la mostra.
- Obtenció de la mostra.


QUINA NEVADA!
ABANS QUE MARXEM... HE TROBAT UN TIPUS DE MOSTREIG QUE HI VA CLAVAT.
MOSTREIG EN BOLA DE NEU: CONSISTEIX A FER UNA PRIMERA SELECCIÓ I QUE ELS ENQUESTATS TE'N RECOMANIN D'ALTRES PER ENQUESTAR I AIXÍ...
COM DIUS?


ESTAN CANVIANT LES COSES..., ABANS N'ENDEVINALL SEMPRE ERA EL PRIMER DE VOLER PARTIR, I AVUI ÉS EL DARRER INVESTIGANT.


A LA NEU!!!!!!!!!!



FI

GOVERN de les ILLES BALEARS