



G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I I UNIVERSITAT
B DIRECCIÓ GENERAL
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019

Cos: 0590 Professors Ensenyament Secundari

Especialitat: 006 Matemàtiques

Tribunal núm.: 1

Illa: Eivissa i Formentera

PART B DE LA PRIMERA PROVA: PROVA PRÀCTICA

La prova pràctica consta de dues opcions, A i B, de les quals s'ha de resoldre únicament una. Cada exercici té una puntuació de 10 punts. La qualificació final d'aquesta part s'obté dividint el resultat obtingut per cinc.

Es disposa de quatre hores per a la seua realització. Es pot fer servir una calculadora, sempre i quan no tingui informació emmagatzemada i no pugui rebre ni transmetre informació. Les taules estadístiques que poden fer falta es trobaran en els fulls dels enunciats.

S'ha de contestar de manera clara, neta i ordenada a cadascun dels exercicis, justificant els resultats teòrics que s'apliquen en cada cas.

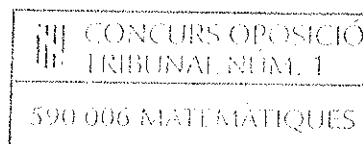
Cal recordar que no es poden treure els enunciats dels problemes. No es poden reproduir els enunciats als fulls autocopiabls.

Al primer full cal aferrar el codi identificatiu i indicar l'opció escollida, A o B. Recordeu copiar el codi identificatiu a la resta dels fulls.

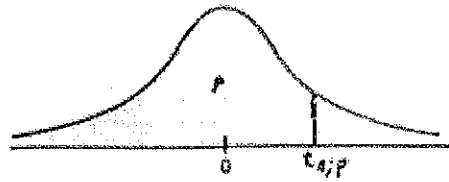
Cada problema s'ha de començar en un full separat.

Els fulls de les solucions seran ordenats atenent a la numeració dels exercicis, procedint a la posterior paginació indicant el número de cada full sobre el total de fulls presentats (1 de 7, 2 de 7,...).

Tots els fulls dels enunciats s'han de lliurar juntament amb les solucions. Qualsevol full que no es lliuri haurà de ser destruït abans d'abandonar la sala.



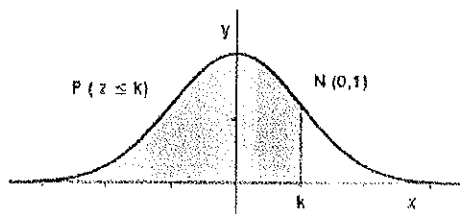
Taula de la distribució t de Student



$$P(t_n \leq t_{n,p}) = p.$$

n	$t_{0,55}$	$t_{0,60}$	$t_{0,70}$	$t_{0,80}$	$t_{0,90}$	$t_{0,95}$	$t_{0,975}$	$t_{0,99}$	$t_{0,995}$
1	0,1584	0,3249	0,7265	1,3764	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	0,1421	0,2887	0,6172	1,0607	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,1366	0,2767	0,5844	0,9785	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	0,1338	0,2707	0,5686	0,9410	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,1322	0,2672	0,5594	0,9195	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	0,1311	0,2648	0,5534	0,9057	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,1303	0,2632	0,5491	0,8960	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,1297	0,2619	0,5459	0,8889	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,1293	0,2610	0,5435	0,8834	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	0,1289	0,2602	0,5415	0,8791	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,1286	0,2596	0,5399	0,8755	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,1283	0,2590	0,5386	0,8726	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,1281	0,2586	0,5375	0,8702	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,1280	0,2582	0,5366	0,8681	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,1278	0,2579	0,5357	0,8662	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	0,1277	0,2576	0,5350	0,8647	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,1276	0,2573	0,5344	0,8633	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,1274	0,2571	0,5338	0,8620	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,1274	0,2569	0,5333	0,8610	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	0,1273	0,2567	0,5329	0,8600	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,1272	0,2566	0,5325	0,8591	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	0,1271	0,2564	0,5321	0,8583	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	0,1271	0,2563	0,5317	0,8575	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	0,1270	0,2562	0,5314	0,8569	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	0,1269	0,2561	0,5312	0,8562	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	0,1269	0,2560	0,5309	0,8557	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	0,1268	0,2559	0,5306	0,8551	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	0,1268	0,2558	0,5304	0,8546	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	0,1268	0,2557	0,5302	0,8542	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	0,1267	0,2556	0,5300	0,8538	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
40	0,1265	0,2550	0,5286	0,8507	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045
50	0,1263	0,2547	0,5278	0,8489	1,2987	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778
60	0,1262	0,2545	0,5272	0,8477	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603
80	0,1261	0,2542	0,5265	0,8461	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387
100	0,1260	0,2540	0,5261	0,8452	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259
120	0,1259	0,2539	0,5258	0,8446	1,2886	1,6577	1,9799	2,3578	2,6174
∞	0,126	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Taula de la distribució normal $N(0, 1)$



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

III CONCURS OPOSICIO
 TRIENNAL NORMAL
 590.006 MATEMÀTIQUES



G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I I UNIVERSITAT
B DIRECCIÓ GENERAL
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019

Cos: 0590 Professors Ensenyament Secundari

Especialitat: 006 Matemàtiques

Tribunal núm.: 1

Illa: Eivissa i Formentera

PART B DE LA PRIMERA PROVA

OPCIÓ A

1.- Trobau el número natural $N = 2^a \cdot 5^b$, sabent que la suma de tots els seus divisors és 961.

2.- Considerem la matriu simètrica $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calculeu els valors i vectors propis associats a A .

b) Calculeu una base B de \mathbb{R}^3 ortonormal.

c) Trobau una matriu ortogonal P tal que $P^{-1} \cdot A \cdot P$ sigui diagonal.

NOTA: recordau que P és ortogonal $\Leftrightarrow P^{-1} = P^T$.

3.- a) Estudieu i representau la funció $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$.

b) Trobau l'àrea compresa entre la gràfica de la funció $f(x)$, la seva asímptota obliqua i la recta d'equació $4y + 7x - 8 = 0$



G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I I UNIVERSITAT
B DIRECCIÓ GENERAL
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019

Cos: 0590 Professors Ensenyament Secundari

Especialitat: 006 Matemàtiques

Tribunal núm.: 1

Illa: Eivissa i Formentera

4.- Sigui un quadrilàter convex de vèrtex $ABCD$ i de superfície $S \text{ m}^2$. Es prolonga el costat AB pel punt B fins a M de manera que la longitud de BM sigui igual a la meitat de la longitud del costat AB .

Anàlogament es prolonga el costat BC pel punt C fins a N de manera que $CN = \frac{1}{2}BC$.

El costat CD es prolonga per D fins al punt P tal que $DP = \frac{1}{2}CD$ i per últim el costat DA es prolonga per A fins a Q , tal que $AQ = \frac{1}{2}DA$.

Demostreu que la superfície del quadrilàter $MNPQ$ és $\frac{5}{2} S \text{ m}^2$

5.- Sigui X i Y variables aleatòries independents amb distribució uniforme en $(0,1)$ i $(5, 9)$, respectivament. Sigui un rectangle amb costats de longitud X i Y . Determinau el valor esperat (esperança matemàtica) i la variància de l'àrea del rectangle.



G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I I UNIVERSITAT
B DIRECCIÓ GENERAL
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019

Cos: 0590 Professors Ensenyament Secundari

Especialitat: 006 Matemàtiques

Tribunal núm.: 1

Illa: Eivissa i Formentera

OPCIÓ B

1.- Sigui n un nombre enter positiu. Demostreu que el nombre $3^n - 2n^2 - 1$ és múltiple de 8.

2.- Un punt aleatori A té una distribució uniforme dins d'un quadrat amb un costat igual a 1 unitat de longitud. Trobau la probabilitat que la distància d' A al centre del quadrat no superi un determinat valor x .

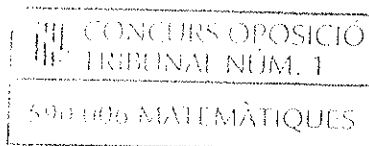
3.- Sigui $B = \{u, v, w\}$ base de l'espai vectorial V .

Sigui $u' = 2u - v + w$; $v' = u + w$; $w' = 3u - v + 3w$

- Provau que $B' = \{u', v', w'\}$ és també base de V .
- Establiu les equacions de canvi de base de B a B' .
- Trobau les coordenades respecte de B del vector $z = -2u' + 3v' + w'$

4.- Calculau el límit següent:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \cdot I_k, \text{ sent } I_k = \frac{1}{k+1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$$





G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I I UNIVERSITAT
B DIRECCIÓ GENERAL
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019

Cos: 0590 Professors Ensenyament Secundari

Especialitat: 006 Matemàtiques

Tribunal núm.: 1

Illa: Eivissa i Formentera

5.- Una planta de distribució de cafè soluble envasa el seu producte en recipients el pes dels quals és una variable aleatòria de mitjana 500 g i desviació típica 50 g; la màquina automàtica que ompli els recipients aboca en ells una quantitat de cafè soluble que és una altra variable aleatòria de mitjana 1000 g i 40 g de desviació típica. Els envasos es col·loquen en caixes de 12 recipients cadascuna, tenint la població de caixes buides un pes mitjà de 2500 g amb una desviació típica de 500 g.

Suposant que les tres variables aleatòries citades segueixen, sensiblement, la distribució normal:

- Trobau la mitjana i la desviació típica de la població de les caixes plenes.
- Quina és la probabilitat que el pes d'una caixa plena qualsevol estigui compresa entre 20'1 kg i 20'6 kg?
- Una part de la distribució de les caixes es realitza mitjançant avionetes i, per raons de seguretat, la càrrega no pot superar els 2000 kg. Sabent que la probabilitat de superar els 2000 kg ha estat de 0'05, quin número màxim de caixes s'haurien de carregar en cada vol?
- Un dels destinataris decideix contrastar el contingut real en cafè soluble de les caixes; per això, pren una mostra a l'atzar de cinc d'elles, obtenint un pes mitjà de 11960 g i 1225 g² com a valor de la variància mostral. Amb aquests resultats i amb un nivell significatiu del 5%, podem admetre que el pes mitjà del cafè soluble que conté la població de caixes és 12 kg?

