



G CONSELLERIA  
O EDUCACIÓ  
I I UNIVERSITAT  
B DIRECCIÓ GENERAL  
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019  
Cos: 0590 – Prof. Ensenyament  
Secundari  
Especialitat: 006 - MATEMÀTIQUES  
Tribunals núm. 1 i 2 de Mallorca  
Tribunal núm. 1 de Menorca

### Part B de la primera prova

- Heu d'escollir una de les dues opcions
- Heu de fer cada problema en fulls separats
- Cada problema val 2,5 punts
- Disposeu de 3 hores

Palma, 25 de juny

## OPCIÓ A

1- Al traçar les diagonals d'un pentàgon regular es forma al seu interior un nou pentàgon regular. Quina relació existeix entre les àrees dels dos pentàgons?

2- Demostrar que  $11^{n+1} + 12^{2n-1}$  és un múltiple de 133 per a tot  $n \geq 1$ , amb  $n \in \mathbb{N}$

3- Trobar la longitud d'arc de la corba  $y = \ln x$  des de  $x = \sqrt{3}$  fins a  $x = \sqrt{8}$ .

4- Calcular el límit de la successió següent:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos 1 + \cos 2 + \dots + \cos n}{n^2} \quad \forall n \in \mathbb{Z}^+$$



G CONSELLERIA  
O EDUCACIÓ  
I UNIVERSITAT  
B DIRECCIÓ GENERAL  
/ PERSONAL DOCENT

Oposicions 2019  
Cos: 0590 – Prof. Ensenyament  
Secundari  
Especialitat: 006 - MATEMÀTIQUES  
Tribunals núm. 1 i 2 de Mallorca  
Tribunal núm. 1 de Menorca

## OPCIÓ B

1- Un raig de llum parteix del punt  $A(1,0,1)$  i es reflecteix sobre el pla d'equació  $x + 2y + 3z - 1 = 0$ . En quin punt del pla s'ha de produir la reflexió per tal que el raig reflectit passi pel punt  $B(2,1,1)$ ?

2- Demostra que la successió següent, amb  $n \in \mathbb{N}$ , convergeix i troba el seu límit:

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = 2 + \frac{a_n}{3} \quad \forall n \geq 1$$

3- Una variable aleatòria  $X$  té una funció de densitat definida per

$$f(x) = \frac{c}{x^2 + 1} \quad \text{on} \quad -\infty < x < \infty \quad \text{i} \quad c \in \mathbb{R}$$

a) Trobar el valor de la constant  $c$ .

b) Trobar la probabilitat de que  $\frac{1}{3} \leq X^2 \leq 1$

4- Sigui  $z = \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}\right)^n + \left(\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}\right)^n$  on  $i =$  unitat imaginària.

Provar que  $z$  és igual a 2 si  $n$  és múltiple de 3 i és igual a  $-1$  en qualsevol altre cas.